

入門講座

圧延理論入門-2

混合摩擦域の圧延理論

Theory of Rolling for the Range of Mixed Friction

玉野敏隆

Toshitaka Tamano

工学院大学 機械工学科 教授

1 はじめに

平面ひずみ問題として取扱われている板材の圧延理論は、多くの研究者によって発展した。しかし、ロール接触弧上のロール圧力分布および摩擦応力分布、圧下力、トルクおよび先進率を一つの実用的圧延理論によって考察しようとする、Bland-Ford¹⁾の冷間圧延理論およびSims²⁾の熱間圧延理論が使用できる程度であった。

Bland-Ford¹⁾の冷間圧延理論はOrowan³⁾の圧延理論の基礎式から出発しているが、板厚方向の応力の不均一分布を無視しているので、摩擦係数が比較的小さく摩擦応力が圧延材の二次元降伏応力に対して無視できる潤滑状態のよい冷間圧延にしか適用できない。一方、Sims²⁾は熱間圧延をロール接触弧全域が付着摩擦領域であると見なして、Kármán⁴⁾の圧延理論の基礎方程式にOrowan³⁾が導いた降伏条件における付着摩擦での結果を導入して熱間圧延理論を求めている。したがって、Sims²⁾の熱間圧延理論は潤滑状態の悪い圧延にしか適用できない。

ところが、実際に行われている圧延をみると、冷間圧延でも潤滑状態があまりよくなくロール径/板厚比が大きい場合は、ロール接触弧の中央部が付着摩擦になる可能性がある。また、従来ロール接触弧全域が付着摩擦と見なしてよいとされていた熱間圧延でも、熱間潤滑油を使用すると圧延荷重が減少するなど潤滑効果がみられるが、これは少なくともロール接触弧のロール出口近傍および入口近傍がすべり摩擦になるために起きる現象であると言える。このように、板材圧延が摩擦状態からみて両極端だけでなく中間的な状態を取扱わなければならない場合があることから、ロール接触弧にすべり摩擦領域と付着摩擦領域とが共存する圧延条件に適用することができる実用的な圧延理論の開発が望まれていた。

そこで、著者ら^{5,6)}はOrowan³⁾の圧延理論の基礎式に若干の近似を行い、Bland-Ford¹⁾の冷間圧延理論およびSims²⁾の

熱間圧延理論を含み、いかなる摩擦状態の圧延にも適用できる実用的な統一理論を導いたので、その圧延理論すなわち混合摩擦域の圧延理論について説明する。さらに、実際の圧延機制御などに活用できる圧下力およびトルクの簡略計算式の導出を試みた⁷⁾ので、その結果についても概説する。

2 圧延理論

2.1 仮定および近似

最初に、Orowan³⁾の圧延理論における諸仮定を列記する。

- (i) ロール接触弧は円弧である。
- (ii) 圧延材の弾性変形は無視する。
- (iii) 圧延材の幅方向変形はない。すなわち平面ひずみ問題として取扱う。
- (iv) すべり摩擦領域では摩擦係数は変化しない。
- (v) 付着摩擦領域での摩擦応力は圧延材の二次元降伏応力の1/2倍である。
- (vi) 圧延材は等方性で、von Misesの降伏条件に従う。
- (vii) 板厚方向の応力分布として、Nádaiの傾斜工具による圧縮解を拡張する。

筆者ら^{5,6)}は、実用的な圧延理論解を導くにあたって、数式の煩雑さを少なくするために、下記の近似をした。

$$\left. \begin{aligned} \text{(viii)} \quad \sin \phi &\doteq \phi, \quad \cos \phi \doteq 1 \\ \tan \phi &\doteq \phi, \quad 1 - \cos \phi \doteq \frac{1}{2} \phi^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

- (ix) すべり摩擦領域で、

$$\left[\frac{s}{k} - w(a) \right] \frac{d}{d\phi} (hk) \ll hk \frac{d}{d\phi} \left[\frac{s}{k} - w(a) \right] \dots\dots\dots (2)$$

- (x) 付着摩擦領域で、

$$h \left(\frac{s}{k} - \frac{\pi}{4} \right) \frac{dk}{d\phi} \ll k \frac{d}{d\phi} \left[h \left(\frac{s}{k} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \dots\dots\dots (3)$$

さらに、Orowan³⁾は接触弧上のロールの偏平を考慮して

いないが、偏平前後のロール半径 R と R' との間にHitchcockの式が成立するとして取扱う。

$$R' = R \left(1 + 2c \frac{P}{h_i - h_o} \right) \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 P は圧延板の単位幅あたりの圧下力であり、 h_i および h_o はそれぞれ圧延前板厚および圧延後板厚を表す。また、 c はロールの弾性定数から次式によって求められる定数である。

$$c = \frac{8(1-\nu^2)}{\pi E} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 E および ν はそれぞれロールのヤング率およびポアソン比を表す。

2.2 Orowanの圧延理論

Orowan³⁾は圧延方向のつりあい方程式を次のように表示した。

$$\frac{d}{d\phi}(hq) = 2R'(s \sin \phi + \tau \cos \phi) \dots\dots\dots (6)$$

$$h = h_o + 2R'(1 - \cos \phi) \dots\dots\dots (7)$$

なお、 s 、 τ 、 q および h は、Fig.1に示すように、ロール接触角 ϕ におけるロール接触面に作用するロール圧力、摩擦応力、圧延方向平均圧縮応力および板厚を表す。

式(6)および(7)を解くにあたって、Orowanは傾斜板圧縮におけるNadaiの解を拡張することにより、摩擦応力が降伏応力に対して無視できない場合でも降伏条件が満足されるようにした。すなわち、Fig.1において弧ABに沿ってロール圧力 s が一樣に分布すると考え、さらにこの弧に沿ったせん断応力が板厚中心から弧長に比例すると仮定すると、断面ABに作用する圧延方向平均圧縮応力は、次のようになる。

$$\frac{q}{k} = \frac{s}{k} - w(\phi, a) \pm \frac{a}{2} \left(\frac{1}{\phi} - \frac{1}{\tan \phi} \right) \dots\dots\dots (8)$$

ここで、

$$a = \pm 2 \frac{\tau}{k} \dots\dots\dots (9)$$

$$w(\phi, a) = \frac{1}{\sin \phi} \int_0^\phi \sqrt{1 - a^2 \left(\frac{\theta}{\phi} \right)^2} \cos \theta d\theta \dots\dots\dots (10)$$

なお、 k は圧延材の二次元降伏応力を表す。また、式(8)および(9)の複号で上側符号(+)はロール出口($\phi = 0$)から中立点($\phi = \phi_n$)までに対応し、下側符号(-)は中立点からロール入口($\phi = \phi_i$)までに対応する(以後の式においても複号は同様に取扱う)。

さらに、ロール接触面に作用する摩擦応力 τ は仮定(iv)および(v)から次式となる。

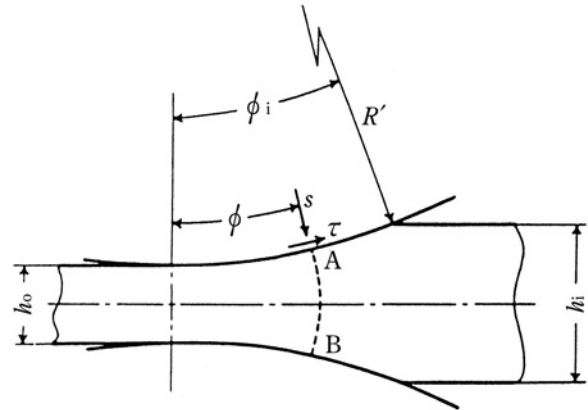


Fig.1 Notations

(a) すべり摩擦領域で、

$$\tau = \pm \mu s \dots\dots\dots (11)$$

(b) 付着摩擦領域で、

$$\tau = \pm \frac{1}{2} k \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 μ はすべり摩擦係数を表す。

Orowan³⁾は式(6)～(12)から平面ひずみ状態での圧延理論解、いわゆる厳密解を導いた。

2.3 混合摩擦域の圧延理論

筆者ら^{5,6)}は、上述のOrowan理論の基礎式に式(1)～(3)の近似をして、いかなる摩擦状態の圧延にも適用できる混合摩擦域の圧延理論を導いた。その結果を以下に示す。

2.3.1 ロール圧力などの基本式

(i) すべり摩擦領域 ($0 < a < 1$)

$$\left. \begin{aligned} \frac{s}{k} &= \frac{a}{2\mu}, \quad \frac{\tau}{k} = \pm \frac{a}{2}, \quad \frac{q}{k} = \frac{s}{k} - w \\ \ln a + \mu z &= \ln(1 + \alpha^2 \phi^2) \pm 2\alpha \mu \tan^{-1} \alpha \phi + C \end{aligned} \right\} \dots\dots (13)$$

(ii) 付着摩擦領域 ($a = 1$)

$$\left. \begin{aligned} \frac{s}{k} &= \frac{\pi}{4} \ln(1 + \alpha^2 \phi^2) \pm \alpha \tan^{-1} \alpha \phi + D \\ \frac{\tau}{k} &= \pm \frac{1}{2}, \quad \frac{q}{k} = \frac{s}{k} - \frac{\pi}{4} \end{aligned} \right\} \dots\dots (14)$$

ここで、

$$\alpha = \sqrt{\frac{R'}{h_o}} \dots\dots\dots (15)$$

$$a = \pm 2 \frac{\tau}{k} \dots\dots\dots (16)$$

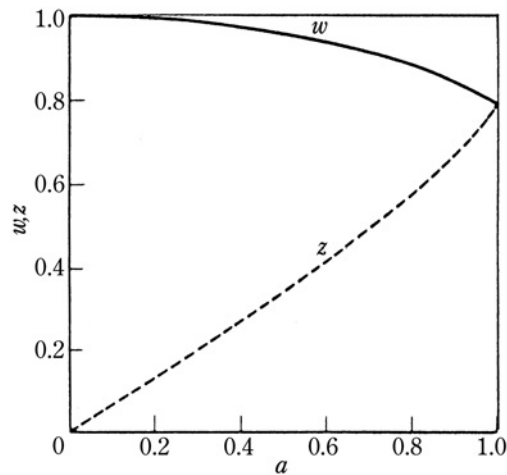


Fig.2 Functions w and z

$$w = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} \sin^{-1} a + \sqrt{1-a^2} \right) \quad (17)$$

$$z = \left(1 - \frac{1}{2a^2} \right) \sin^{-1} a + \frac{1}{2a} \sqrt{1-a^2} \quad (18)$$

式 (13) の C および式 (14) の D は積分定数で、境界条件あるいは摩擦遷移条件によって決まる定数である。式 (17) および (18) で定義される関数 w および z を Fig.2 に示す。

式 (13) の第4式の左辺の第2項は応力の板厚方向不均一分布を考慮することによって生ずる項で、これを無視すると Bland-Ford¹⁾ の冷間圧延理論の基本式と一致する。また式 (14) は Sims²⁾ の熱間圧延理論の基本式と同一である。

2.3.2 境界条件

前方張力 t_o および後方張力 t_i が作用する場合、ロール出口およびロール入口における境界条件は次式で表される。

$$\begin{aligned} \phi = 0 : q &= -t_o \\ \phi = \phi_i : q &= -t_i \end{aligned} \quad (19)$$

なお、ロール入口角度 ϕ_i は与えられた圧延条件から次式によって求められる。

$$\phi_i = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{r}{1-r}}, \quad r = \frac{h_i - h_o}{h_i} \quad (20)$$

2.3.3 ロール圧力などの計算式の求め方

前述した式 (13) ~ (20) からわかるように、ロール接触弧上のロール圧力 s/k および摩擦応力 τ/k の分布など圧延現象を支配する因子は、 α 、 μ 、 r 、 t_o/k_o および t_i/k_i の5個の変数である。これら5変数の組合せによって、圧延が不可能な場合、すべり摩擦域圧延 (ロール接触弧全域がすべり摩擦領域である圧延)、混合摩擦域圧延 (ロール接触弧のある部分がすべり摩擦領域で、残部が付着摩擦領域である圧延)、あるいは付着摩擦域圧延 (ロール接触域全域が付着摩

擦領域である圧延) のいずれかになる。

混合摩擦域圧延におけるロール圧力などの計算式の求め方について説明する。すべり摩擦領域はロール入口近傍およびロール出口近傍の一方あるいは両方に存在する。出口側すべり摩擦領域 ($0 \leq \phi \leq \phi_i$) および入口側すべり摩擦領域 ($\phi_b \leq \phi \leq \phi_i$) におけるロール圧力などの計算式は、前述の基本式 (13)、(15) ~ (18) および境界条件式 (19) から導く。すべり摩擦領域と付着摩擦領域との境界、すなわち出口側摩擦移行点 (ϕ_i) および入口側摩擦移行点 (ϕ_b) は、それぞれ出口側すべり摩擦領域および入口側すべり摩擦領域における計算式に、 $a=1$ を代入して求める。出口側付着摩擦領域 ($\phi_i \leq \phi \leq \phi_n$) および入口側付着摩擦領域 ($\phi_n \leq \phi \leq \phi_b$) における計算式は、前述の基本式 (14)、(15) と摩擦移行点における圧延方向平均圧縮応力の連続性から求める。なお、ロール出口あるいはロール入口が付着摩擦領域である場合の出口側付着摩擦領域 ($0 \leq \phi \leq \phi_n$) あるいは入口側付着摩擦領域 ($\phi_n \leq \phi \leq \phi_i$) の計算式は、付着摩擦領域の基本式 (14)、(15) とロール出口あるいはロール入口の境界条件式 (19) から求める。また、中立点 (ϕ_n) は出口側付着摩擦領域の圧延方向平均圧縮応力と入口側付着摩擦領域のそれとが等しいことから求める。

2.3.4 圧下力、トルクおよび先進率の計算式

圧延材料の単位幅あたりの圧下力 P および上下ロールの合トルク G は次式によって計算することができる。

$$\left. \begin{aligned} P &= \sqrt{R'(h_i - h_o)} k_P F_P \\ G &= R'(h_i - h_o) k_G F_G - (R' - R) \phi_i P + \\ &\quad R(h_i t_i - h_o t_o) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ここで、 k_P および k_G はロール接触弧において平均化した二次元降伏応力である。

$$k_P = \frac{1}{\phi_i} \int_0^{\phi_i} k d\phi, \quad k_G = \frac{2}{\phi_i^2} \int_0^{\phi_i} k \phi d\phi \quad (22)$$

F_P および F_G はそれぞれ圧下力関数およびトルク関数と呼ばれる無次元量であり、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} F_P &= \frac{1}{\phi_i} \int_0^{\phi_i} \left(\frac{s}{k} - \frac{\tau}{k} \phi \right) d\phi \\ F_G &= \frac{2}{\phi_i^2} \int_0^{\phi_i} \frac{s}{k} \phi d\phi \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

また、先進率 f の計算式は、近似式 (1) を適用すると、つぎようになる。

$$f = \alpha^2 \phi_n^2 \left(1 - \frac{1}{2\alpha^2} - \frac{1}{2} \phi_n^2 \right) \quad (24)$$

3 具体的計算例

上述した混合摩擦域の圧延理論による具体的な計算例を、前方張力および後方張力がない場合について説明する。

3.1 圧延条件と摩擦状態

Fig.3に圧延条件と摩擦状態との関係を示す。中立点(ϕ_n)がロール出口に一致する圧延条件を破線で示したが、この破線より下側の圧延条件では圧延ができない。また、実線は中立点のみ付着摩擦状態である圧延条件を表し、一点鎖線の圧延条件ではロール出口およびロール入口が付着摩擦状態になる。したがって、破線と実線との間の圧延条件ではすべり摩擦域圧延になり、実線と一点鎖線との間の圧延条件では混合摩擦域圧延(出口側近傍および入口側近傍にすべり摩擦領域がある)になり、一点鎖線の上側の圧延条件では付着摩擦域圧延になる。

3.2 ロール圧力分布および圧下力関数

Fig.4および5に、混合摩擦域の圧延理論解とBland-Ford¹⁾の冷間圧延理論解およびSims²⁾の熱間圧延理論解との比較例を示す。Fig.4は、すべり摩擦域圧延であるが、このように圧延条件によってはBland-Fordの解との差が小さいこともあり、興味深い事例である。Fig.5は、混合摩擦域圧延(接触弧の約45.5%がすべり摩擦領域で、図中の○印は摩擦移行点を表す)で、同図のようにすべり摩擦領域と付着摩擦領域とが同程度の圧延では、Bland-Fordの解およびSimsの解のどちらともかなり差があることがわかる。

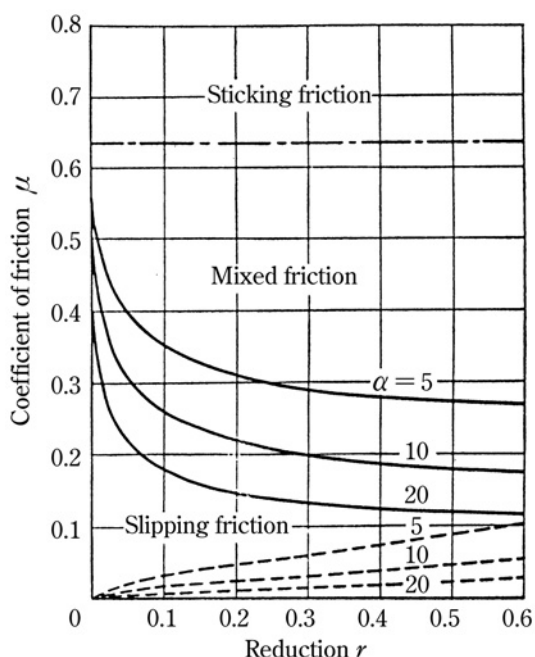


Fig.3 Relation between the rolling conditions and the state of friction

Fig.6および7は圧下力関数の計算結果である。これらの図からわかるように、圧下力関数はすべり摩擦域圧延では摩擦係数の増加とともに急激に大きくなるが、混合摩擦域圧延になるとその増加量も次第に小さくなる。

3.3 圧下力関数およびトルク関数の簡易計算式⁷⁾

前方張力および後方張力がない場合において、 $\alpha = 5 \sim 30$ 、 $r = 0.1 \sim 0.6$ 、 $\mu = 0.1 \sim 0.64$ の範囲で式(23)により圧下力関数およびトルク関数を計算し、その結果を重回帰してつぎの簡易計算式を得た。なお、式(25)および(26)の相関係数はともに0.998である。

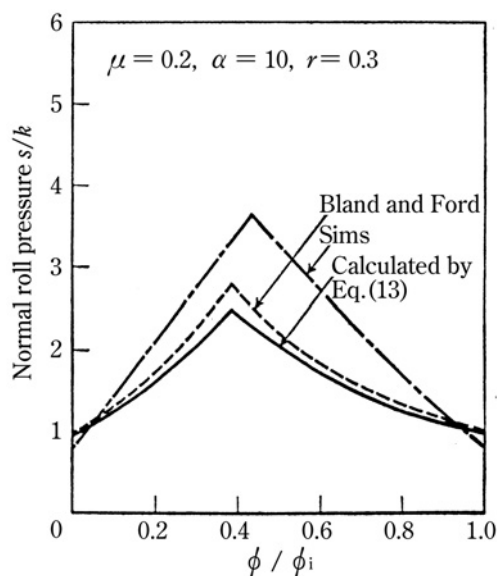


Fig.4 Comparison with Bland & Ford's and Sims' solutions

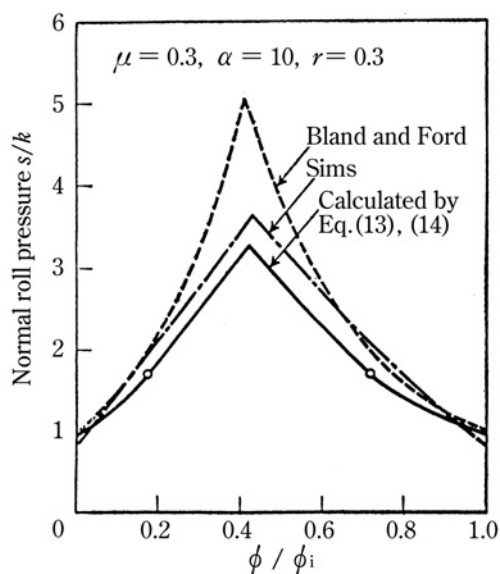


Fig.5 Comparison with Bland & Ford's and Sims' solutions

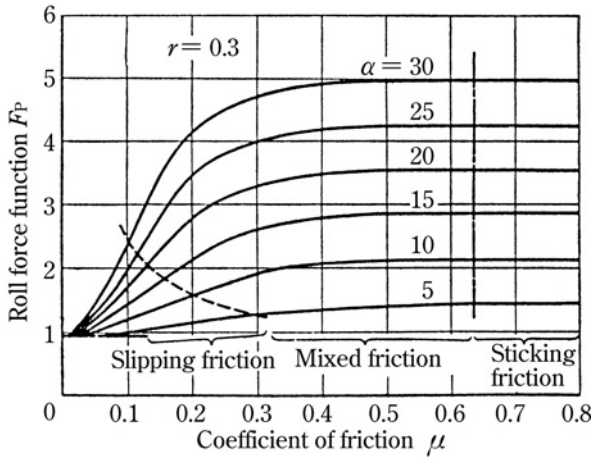


Fig.6 Effect of the rolling conditions on the roll force function

$$F_p = 1.038 - 2.376r + 0.894\sqrt{r} + 1.467r\sqrt{1-r} + \alpha(0.0330 - 0.2984\sqrt{r} + 0.2902r\sqrt{1-r}) + [2.001r - 1.917\sqrt{r} + 0.274r\sqrt{1-r} + \alpha(-0.0617 + 0.6596\sqrt{r} - 0.3981r\sqrt{1-r})] \times \tanh[(\sqrt{\alpha} + 1.500r)\mu] \dots\dots\dots (25)$$

$$F_G = 0.776 - 0.906r + 1.714\sqrt{r(1-r)} - 0.328r\sqrt{1-r} + \alpha(-0.0268 + 0.0604\sqrt{r(1-r)} - 0.2476r\sqrt{1-r}) + [0.837r - 1.075\sqrt{r(1-r)} - 0.886r\sqrt{1-r} + \alpha(0.0583 - 0.0327\sqrt{r(1-r)} + 0.6156r\sqrt{1-r})] \times \tanh[(\sqrt{\alpha} + 1.500r)\mu] \dots\dots\dots (26)$$

鋼板の熱間連続圧延機などの実操業に活用するには、式(25)および(26)で表される圧下力関数およびトルク関数の簡易計算式を前方張力および後方張力がある場合に拡張することが必要である。

4 実験結果との比較

筆者ら⁸⁾は、前述した混合摩擦域の圧延理論の妥当性を吟味するために、種々の潤滑条件下で鉛板の室温圧延実験を行い、その結果を混合摩擦域の圧延理論と比較検討した。

4.1 実験装置および実験方法

実験に用いた圧延機は、ロール直径200mm、ロール胴長200mm、ロール表面硬さ95(ショア硬さ)、表面仕上げ0.6S

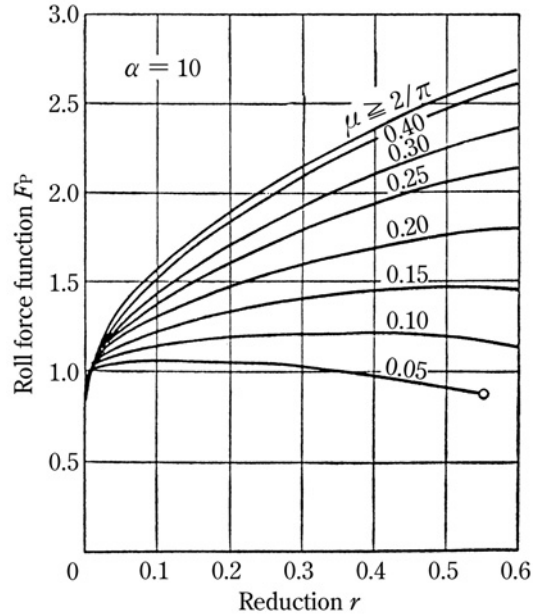


Fig.7 Effect of the rolling conditions on the roll force function

の鍛鋼ロールを最大出力22kWのモータで10m/minのロール表面速度で回転する実験用圧延機である。圧延材は板厚3.0mmの市販鉛板(純度99.99%)を圧延して1.5mm×45mm×200mmのサイズにした後、150℃1hrの焼きなましを施した。

圧延実験は、室温30℃で、無潤滑、水、軽油、菜種油および#30モータ油の5つの潤滑条件下で行い、圧延荷重をロードセルで測定した。

4.2 実験結果およびその考察

Fig.8に、圧延荷重の測定結果と式(21)～(23)による計算結果との比較を示す。実線は種々の摩擦係数に対する計算値である。この図からもわかるように、鉛板の室温圧延における各潤滑条件での摩擦係数の平均値は、無潤滑：0.26、水潤滑：0.15、軽油潤滑：0.12、菜種油：0.05、#30モータ油：0.03であり、妥当な値ではないかと思う。

なお、この計算に使用した二次元降伏応力の実験式(27)は、志田⁹⁾の実験データをもとに得たものである。

$$k = 1.345 \exp\left(-\frac{370}{T+273}\right) \epsilon^{0.33} \lambda^{0.07} \dots\dots\dots (27)$$

ここで、 k 、 T 、 ϵ および λ は、それぞれ二次元降伏応力(kgf/mm²)、圧延温度(℃)、平面ひずみ条件での板厚方向圧縮ひずみおよび板厚方向圧縮ひずみ速度(1/s)を表す。

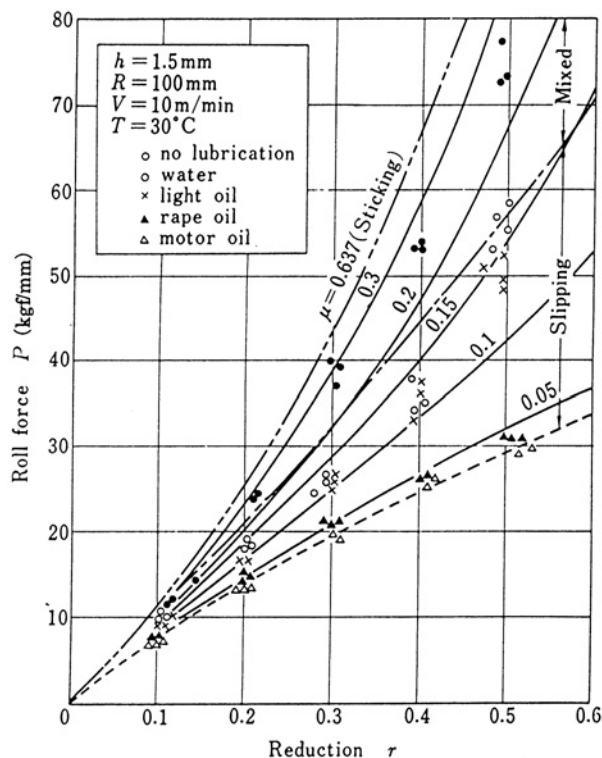


Fig.8 Relations between roll force and reduction on various lubricating conditions

5 あとがき

Orowan³⁾の圧延理論の基礎式に若干の数式上の近似を行って求めた実用的な圧延理論すなわち混合摩擦域の圧延理論^{5,6)}について説明した。この混合摩擦域の圧延理論は、

Bland-Ford¹⁾の冷間圧延理論およびSims²⁾の熱間圧延理論を含み、いかなる摩擦状態の圧延にも適用できる実用的な圧延理論である。したがって、平面ひずみ問題として取扱う板材圧延現象の検討・考察には最適な理論であると思う。しかしながら、鋼板の熱間連続圧延機などの実操業におけるオンライン・コンピュータ・コントロールなどに活用するには、圧下力など圧延特性値の簡易計算式の導出が不可欠である。

参考文献

- 1) D. R. Bland and H. Ford : Proc. Inst. Mech. Engr., 159 (1948), 144.
- 2) R. B. Sims : Proc. Inst. Mech. Engr., 168 (1954), 191.
- 3) E. Orowan : Proc. Inst. Mech. Engr., 150 (1943), 140.
- 4) T. Kármán : ZAMM, 5 (1952), 139.
- 5) 玉野敏隆, 柳本左門 : 日本機械学会論文集, 36-281 (1970), 126.
- 6) 玉野敏隆, 柳本左門 : 日本機械学会論文集, 43-372 (1977), 2885.
- 7) 柳本左門, 玉野敏隆 : 日本機械学会論文集, 42-355 (1976), 965.
- 8) T. Tamano, N. Takada and S. Yanagimoto : Proc. Int. Conf. Sci. Tech. Iron and Steel, Part 2 (1971), 669.
- 9) 志田 茂 : 日立評論, 47 (1965), 1575.

(2001年11月12日受付)