

入門講座

圧延理論入門-4

板プロフィール解析のための3次元圧延理論-2 板幅方向への塑性流動を考慮した3次元板圧延理論

Three-Dimensional Analysis for Prediction of Strip Profile-2
Three-Dimensional Analysis of Strip Rolling Considering Lateral Material Flow

石川孝司 名古屋大学 大学院工学研究科 教授
Takashi Ishikawa

1 まえがき

板圧延における板幅方向の板厚精度及び平坦度（板形状）の問題を議論するためには3次元解析が必要であることは、前号¹⁾でも説明があったとおりである。圧延時にロールは弾性変形し、板材は3次元変形するために、板厚の不均一（板プロフィール）や耳波、中伸びといった平坦度不良を生ずる（図1）。それらに影響を及ぼす因子は非常に多く、これらの因子の影響を明らかにするためには、ロールと材料の3次元的な変形を同時に考慮し、ロールと材料間の応力と変位の適合条件を満足する解析が必要である。このような解析をするためには、まず圧延時のロールと材料の変形が各々忠実に解析されなければならない。圧延時のロールのパレル方向の弾性変形に関する研究は、これまでにかなり行われてお

り²⁻⁶⁾、その結果を用いればロールに作用する圧力分布が与えられたときのロールの変形を求めることができる。材料の変形に対する3次元解析も、これまでに各種報告があり⁷⁻¹¹⁾、前号の擬似3次元解析もその一つである。ここでは、スラブ法をもとにした解法を紹介する。本解析法では、スリットモデルでは無視している材料の幅方向流れを考慮しており、より実際の現象に近い結果を与える点に特徴がある。最近では有限要素法による解析^{12,13)}が主流であるが、計算時間の短さや圧延現象の理解のしやすさ、解析方法の単純さなどの観点から本解析法に触れることは圧延を学ぶ者にとって有意義なことと考える。

2 解析

2.1 仮定

解析を進めるにあたって次の仮定が成立するものとする。

- (1) 材料はロールギャップ内では剛完全塑性材料とし、ロールギャップ外では弾性変形を考慮する。
- (2) ロールと材料の接触面にはクーロン摩擦が存在し、その摩擦係数は全域で一定とする。
- (3) 応力及び変形は板厚変形軸に対して対称であり、板厚方向には一様とする。

2.2 力のつりあい方程式

図2の微小要素に作用する力のつりあいを考える。

x方向の力のつりあい方程式は、

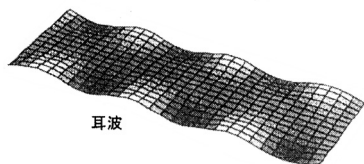
$$\frac{\partial(h\sigma_x)}{\partial x} + 2(p\tan\theta - \tau_x) - h\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} = 0$$

で与えられる。ここで、 $h \cdot (\partial\tau_{xz}/\partial z)$ は、他の項に比べ影響が小さいため無視すると、上式は、

$$\frac{\partial(h\sigma_x)}{\partial x} + 2(p\tan\theta - \tau_x) = 0 \dots\dots\dots (1)$$



(a) 板プロフィール



(b) 平坦度不良

図1 板プロフィールと平坦度不良

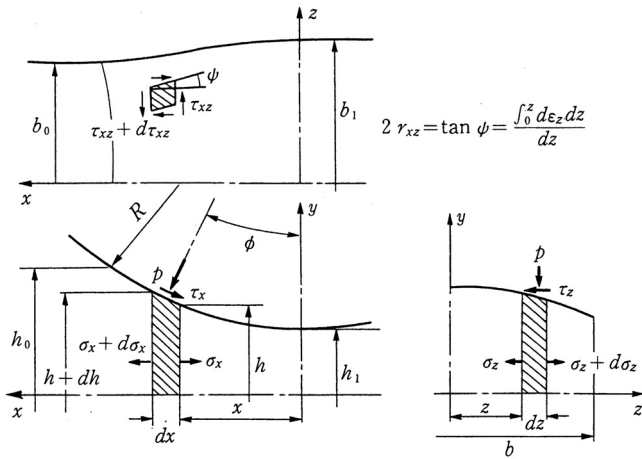


図2 要素に作用する応力¹⁰⁾

となる。 τ_x は入口面から出口面に向かうものを正とする。
式(1)は、Karmanの方程式¹⁴⁾と同じ形である。ここで、圧下量がロール径に比して小さい場合には、

$$\tan \theta = \frac{x}{R} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = \tan \theta \quad (3)$$

$$h = h_2 + \frac{x^2}{R} \quad (4)$$

$$\sigma_y = -p \quad (5)$$

が成立するため、これらの関係式を式(1)に代入すると、

$$\left(h_2 + \frac{x^2}{R}\right) \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - 2\tau_x + 2\frac{x}{R}(\sigma_x - \sigma_y) = 0 \quad (6)$$

が得られる。

また、z方向の力のつりあい方程式は、

$$\left(h_2 + \frac{x^2}{R}\right) \left(\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}\right) - 2\tau_z = 0 \quad (7)$$

で与えられる。 σ_x 、 σ_y 、 σ_z は引張りを正とし、 τ_{xz} は図2に示したようなせん断を正とする。また、 τ_z は板縁から板幅中心に向かうものを正とする。

2.3 摩擦力の作用方向

ロールと材料間の摩擦力は、ロールに対する材料のすべり方向とは逆に作用するため、図3に示すように、その方向 α はロールに対する材料の相対変位より決定できる。中立点の位置は、圧延方向応力(σ_x)の連続する位置とし、 x_n で表す。

圧延方向の相対変位は、

$$V = \int_{x_n}^x d\epsilon_x dx \quad (8)$$

であり、幅方向の相対変位は、

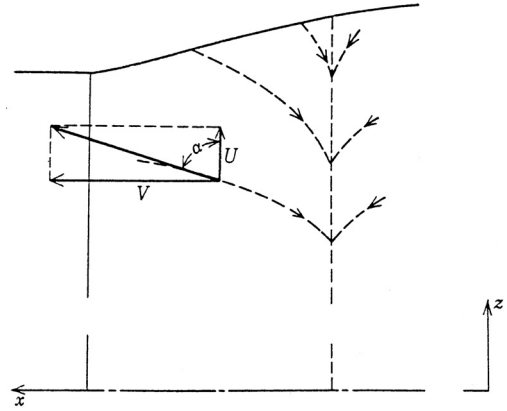


図3 摩擦力の作用方向¹⁰⁾

$$U = \int_0^z d\epsilon_z dz \quad (9)$$

であるから摩擦応力(τ_x 、 τ_z)は、

$$\tau_x = p\mu_x = p\mu_0 \sin \alpha = p\mu_0 \frac{V}{\sqrt{U^2 + V^2}} \quad (10)$$

$$\tau_z = p\mu_z = p\mu_0 \cos \alpha = p\mu_0 \frac{U}{\sqrt{U^2 + V^2}} \quad (11)$$

として求まる。

2.4 材料の降伏条件

von Misesの条件

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\tau_{xz}^2 = 6k^2 \quad (12)$$

が成立する材料とする。

2.5 応力-ひずみ増分関係式

Levy-Misesの関係式

$$\frac{d\epsilon_x}{2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z} = \frac{d\epsilon_y}{2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x} = \frac{d\epsilon_z}{2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y} = \frac{1}{3} \cdot \frac{d\gamma_{xz}}{2\tau_{xz}} = \frac{1}{3} d\lambda \quad (13)$$

が成立するとする。式(13)より、 $d\lambda$ 、 τ_{xy} 、 $d\epsilon_x$ 、 $d\epsilon_z$ は、

$$d\lambda = \frac{3d\epsilon_y}{2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x} \quad (14)$$

$$\tau_{xz} = \frac{d\gamma_{xz}}{2d\lambda} \quad (15)$$

$$d\epsilon_x = \frac{1}{3} d\lambda (2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z) \quad (16)$$

$$d\epsilon_z = \frac{1}{3} d\lambda (2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y) \quad (17)$$

となり、式(14)、式(15)を式(12)に代入して σ_y について解くと、

$$\sigma_y = \frac{1}{2 \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{d\gamma_{xz}}{d\epsilon_y} \right)^2 \right\}} \left[\left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{d\gamma_{xz}}{d\epsilon_y} \right)^2 \right\} (\sigma_x + \sigma_z) - \sqrt{3 \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{d\gamma_{xz}}{d\epsilon_y} \right)^2 \right\} \{ 4k^2 - (\sigma_x - \sigma_z)^2 \}} \right] \dots\dots\dots (18)$$

となる。

2.6 境界条件

(1) 板とロールの速度は中立点で同じであり、板が圧延後も平坦を保つためには、中立点から入口または、出口までのロールギャップ内の圧延方向ひずみ (ϵ_x) とロールギャップ外の弾性ひずみ (ϵ_{xe}) との和は、ロール入口及び出口では幅方向どの位置でも一定でなければならない。

$$\text{入口} \quad \int_{x_n}^{x_1} d\epsilon_x + \epsilon_{xe1} = a_1 \dots\dots\dots (19)$$

$$\text{出口} \quad \int_{x_2}^{x_n} d\epsilon_x + \epsilon_{xe2} = a_2 \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 a_1 、 a_2 は定数である。

(2) 入口面、出口面に作用する圧延方向の力は、それぞれ後方張力 (T_1)、前方張力 (T_2) に等しくなければならない。

$$\text{入口面} \quad h_1 \int \sigma_{x1} dz = T_1 \dots\dots\dots (21)$$

$$\text{出口面} \quad h_2 \int \sigma_{x2} dz = T_2 \dots\dots\dots (22)$$

ここで、ロールギャップ外の弾性変形を考慮したことにより、入口面及び出口面で次の関係を満足しなければならない。

$$\text{入口面} \quad \sigma_{x1} = E \epsilon_{xe1} \dots\dots\dots (23)$$

$$\text{出口面} \quad \sigma_{x2} = E \epsilon_{xe2} \dots\dots\dots (24)$$

(3) 板縁では自由端面であるため、

$$\sigma_z = 0 \dots\dots\dots (25)$$

変形領域を要素分割し、以上の諸式を差分式に書き直し連立して解くことにより、圧延中のロールのプロファイル (ロール半径および出口面におけるロール間隙のパレル方向の分布) が与えられればロールギャップ内の応力の3次元分布状態や材料流れを求めることができる。

2.7 ロール弾性変形解析との連成

材料の変形解析とロールの弾性変形解析を連成させるために以下のように考える¹¹⁾。ロールの弾性変形の解析は、たとえば4段圧延機の場合、図4¹⁵⁾のように各成分に分けて考えることができる。紙面の都合でここでは省略するが、文献^{6,17)}を参照されたい。

(1) 変形領域出口面は上下ワークロールの軸線を含む面と一致するものとする。

(2) ワークロール半径はHichcockの式¹⁶⁾により修正し、変

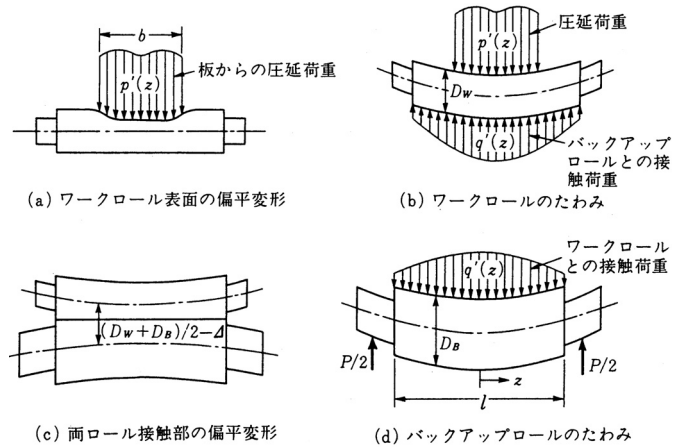


図4 ロールの弾性変形成分

形領域入口面はそれより決定されるものとする。

(3) 圧延後の板厚分布は、出口面におけるロールの変形状に沿うものとする。

さらに、計算時間の短縮のためつぎのような仮定を設ける。

(4) 幅方向の力の釣合い方程式 (7) の代わりに、接触長さ全体を考えて

$$\int_0^{l_d} h \left(\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) dz dx - \int_0^{l_d} h \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \right) dz dx - 2 \int_0^{l_d} \tau_z dz dx = 0 \dots\dots\dots (26)$$

(5) 板縁における境界条件も同様に考えて

$$\int_0^{l_d} h \sigma_z dz = 0 \dots\dots\dots (27)$$

(6) 任意の位置における幅方向と圧延方向のひずみの比は圧延方向で一定とし

$$\frac{d\epsilon_z}{d\epsilon_x} = \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} = \alpha \dots\dots\dots (28)$$

板厚分布を仮定して材料の変形解析により荷重分布を求め、その荷重分布からロールの出口面における変形状を計算し、それが仮定値と一致するまで収束計算する。その計算のフローを図5に示す。

3 解析結果

3.1 結果の一例

図6 (a) は図中に記した圧延条件で計算した各応力成分のロールギャップ内における分布を示したものである。圧延方向応力 σ_x (図 (a)) の圧延方向での変化は、入口、出口からそれぞれ単調に増加し、出口面に寄った所にある中立点において極値をとる。この傾向は平面ひずみ理論の結果と同じで

ある。板幅方向については、板幅中心付近はほぼ一定で、板縁近傍に圧縮のピークを示し、急に低下する。入口面、出口面では板幅中心付近と板縁で引張応力となり、それらの中間領域での圧縮応力と合わせて張力零の境界条件を満足してい

る。圧延応力に相当する板厚方向応力 σ_y (図 (b)) は、全域圧縮であるが、分布の形は σ_x と似ている。板幅方向応力 σ_z (図 (c)) は、 σ_x と同じような分布状態を示す。板縁で σ_z は実際には零であるが、本解析では σ_z の総和が零という境界条件を用いたので、板縁で分布をもっている。しかし、その値は小さい。板幅方向せん断応力 τ_{xz} (図 (d)) は、板幅中心付近ではほぼ零である。板縁では、入口で幅広がりを生じさせるような向きに作用し、出口に向かうとそれを抑制するような向きに変わる。そして、板縁より少し内側では、板縁とは反対向きの応力が作用している。図 (e) は摩擦応力の作用方向、すなわち、ロールに対する材料の相対的な流れの方向を示したものである。板幅中心のかなり広い範囲では、ほぼ平面ひずみ状態であるのに対し、板縁近傍では幅方向に材料が流れていることがわかる。また、注目すべきは、板縁近傍で材料流れの向きが中心方向に向く領域があることである。

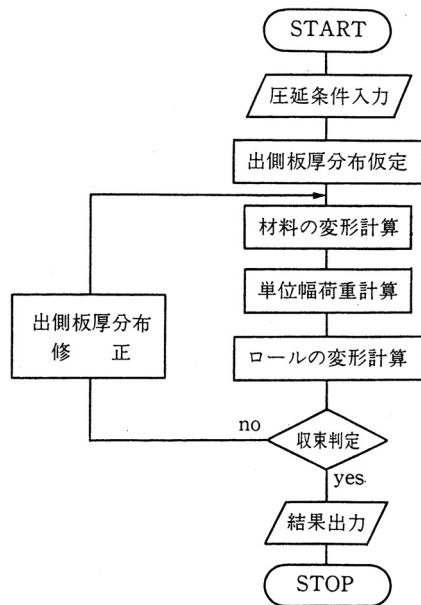


図5 計算のフローチャート

3.2 実験結果との比較

この解析によって得られる結果の精度を検討するため、種々の圧延条件のもとでの実験結果と計算結果との比較を行った。実験にはロール径200mm、軸受間距離450mmの2段

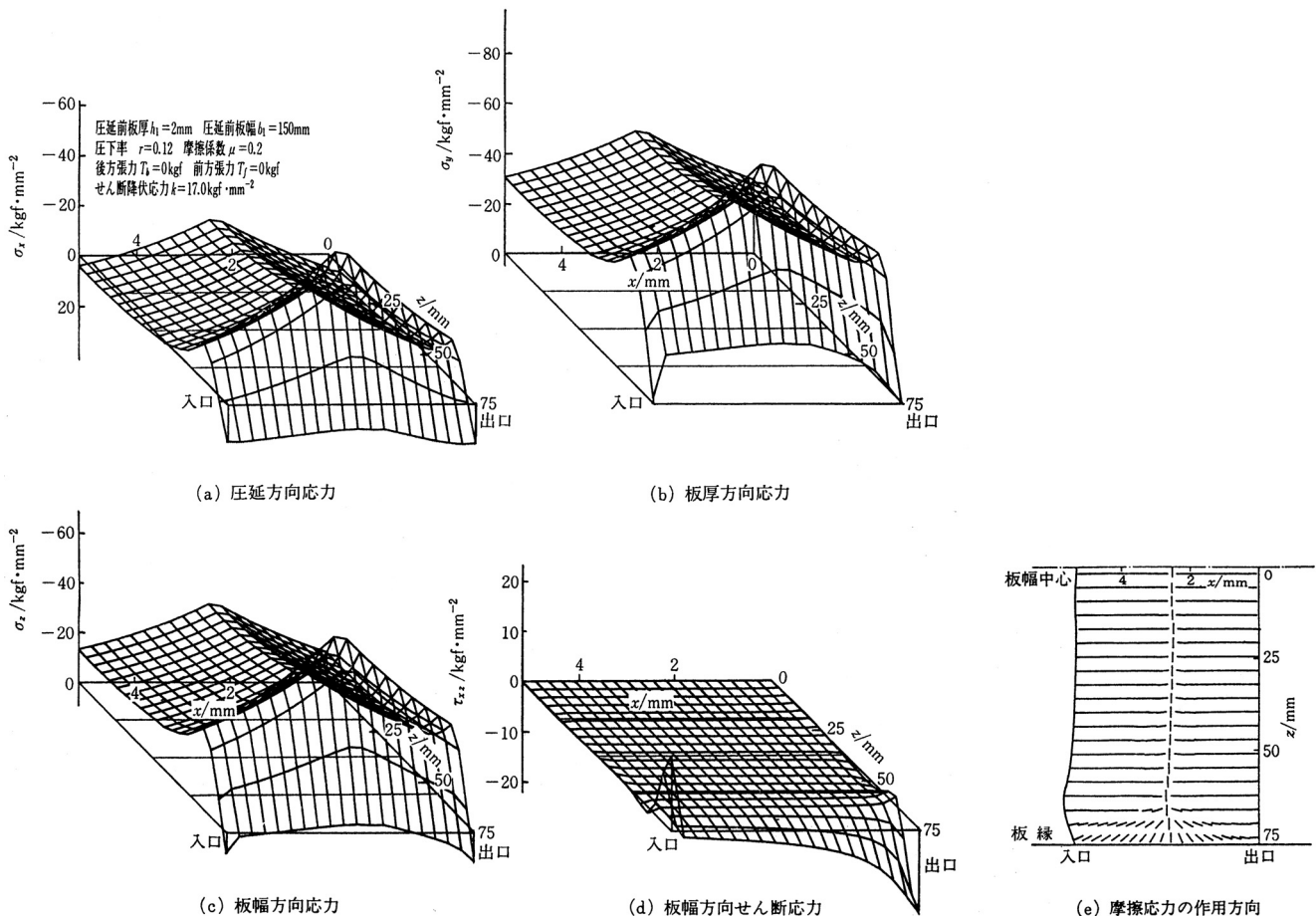


図6 計算結果の一例¹¹⁾

圧延機を使用し、初期板厚は2mmで、計算には摩擦係数0.1とした。

供試材は軟鋼 (SPCC) と純アルミニウム板 (A1100-H24) を用いた。圧延はアセトン脱脂の無潤滑で行い、前後方張力の付加条件も変化させた。

(a) 板幅および圧下率の影響

板幅50、100、150mmの軟鋼板をそれぞれの板幅について圧下率6、12%の2種類で圧延した場合の板厚分布の計算結果と実験結果を図7に示した。板幅の変化、圧下率の変化に関係なく計算結果は実験結果とよく一致する。単位幅荷重の分布は、測定ピンによる実験結果¹⁸⁾とほぼ一致している。アルミニウム板を圧延した場合の板厚分布に対する計算結果と実験結果も示した。こちらもほぼ一致している。

(b) 張力の影響

図8は、張力の付加条件を変化させて軟鋼板を圧延した場合の単位幅荷重分布および板厚分布に対する計算結果と実験結果を示したものである。単位幅荷重分布は、張力が付加されても板縁の値は変化せず、無張力、後方だけ、前方だけ、前後方張力の順に荷重が低下し、この傾向は実験結果と一致する。また、板厚分布については、荷重の低下の順にエッジドロップ量が小さくなり、いずれの場合も実験結果とよく一致している。

3.3 板プロフィールにおよぼす圧延条件の影響

表1の圧延条件を基本解析条件として、板プロフィールにおよぼす初期板厚、変形抵抗、ロール材質の影響を解析結果をもとに考察する。

図9は、初期板厚の影響を示したものである。板厚が薄く

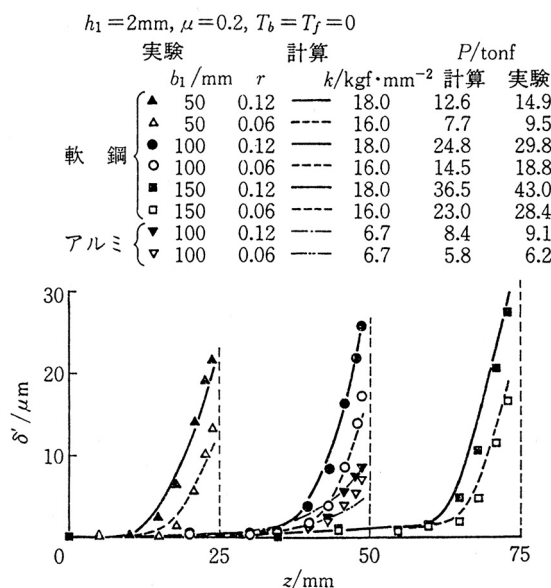


図7 板幅、圧下率の影響¹¹⁾

なれば圧延荷重も小さくなるが、板縁近傍の荷重のピークが板縁に寄り、板厚の均一領域が広くなる。図10は、変形抵抗の異なる材料を圧延した場合の板プロフィールと圧延荷重分布を示したものである。同じ圧下率でみた場合、変形抵抗が高くなると圧延荷重も大きくなるが、板縁近傍のピークが板縁に寄り、エッジドロップは大きくなるものの板厚の均一領域はむしろ広がっている。また、同じ圧下力で見ると(実線と一点鎖線)、変形抵抗の高い方が板厚の均一領域が広がっている。図11にロール材質を変化させたときの板プロフィールと圧延荷重分布を示した。鍛鋼ロールと超硬ロールのヤング率に相当する。超硬ロールの方がエッジドロップが大幅に小さくなり、エッジドロップ減少に有効であることがわかる。

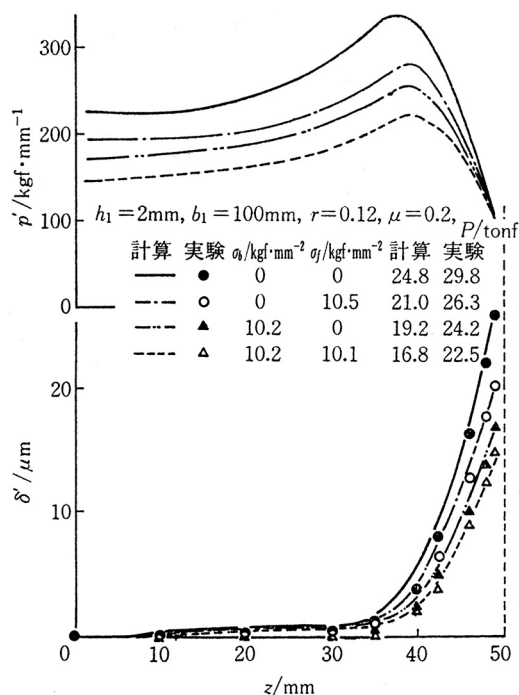


図8 張力の影響¹¹⁾

表1 基本計算条件

4 段圧延機	
ワークロール径	200mm
バックアップロール径	400mm
ロール軸受中心間距離	550mm
初期板厚	2mm
初期板幅	200mm
圧下率	20%
摩擦係数	0.1
せん断変形抵抗	157MPa
前後方張力	0

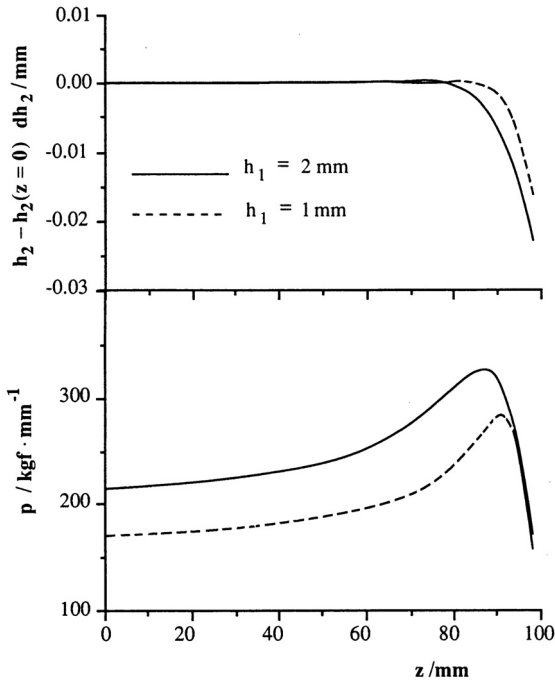


図9 初期板厚の影響

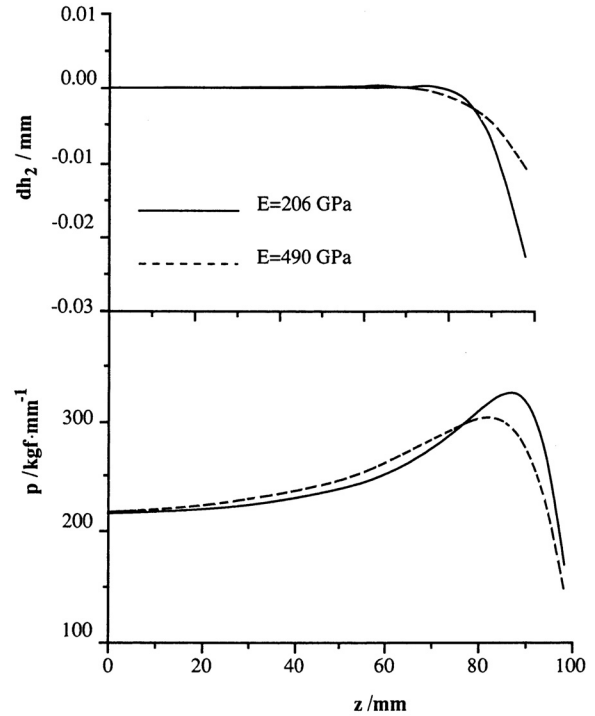


図11 ロール材質の影響

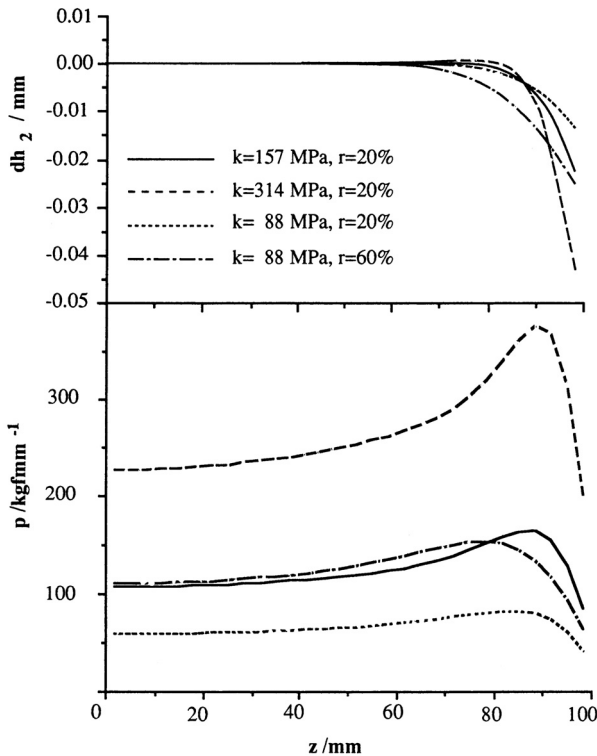


図10 変形抵抗の影響

4 まとめ

板圧延については、ここに紹介した3次元解析により、有限要素解析を用いなくても板プロフィールの問題等が解析でき、解析対象によっては簡単で有効な方法である。今までに本解析法をもとにして、板プロフィール解析だけでなく板形状

の解析^{19,20)}、圧延板残留応力の解析²¹⁾、6-HI Millによる箔圧延の解析²²⁾、サーマルクラウンの解析²²⁾、左右非対称圧延及び蛇行解析²³⁾等を報告している。参考にしていただければ幸いである。

記号の説明

本報告で用いた記号は次のとおりである。

- p : ロールからロール半径方向に材料に作用する圧力 (圧延圧力)
- p' : 単位幅当たりの圧延荷重
- P : 圧下力
- σ_x : 圧延方向 (x 方向) 垂直応力
- σ_y : 板厚方向 (y 方向) 垂直応力
- σ_z : 板幅方向 (z 方向) 垂直応力
- τ_{xz} : yz 面に作用する幅方向せん断応力
- τ_x : ロールと材料の接触面に作用する摩擦応力の圧延方向成分
- τ_z : 同じく幅方向成分
- k : せん断降伏応力
- $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$: x, y, z 方向のひずみ
- $d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\epsilon_z$: x, y, z 方向のひずみ増分
- γ_{xz} : 幅方向せん断ひずみ
- $d\gamma_{xz}$: 幅方向せん断ひずみ増分
- $d\gamma$: 正の比例係数
- ϵ_{xe} : ロールギャップ外の材料の弾性ひずみ

μ_0 : ロールと材料の接触面における摩擦係数
 x : 出口面からの距離
 z : 板幅中心からの距離
 l_d : 投影接触長さ
 h : x の位置における板厚
 b : x の位置における板幅
 R : ロール半径
 α : 摩擦力の作用方向
 T : 張力 (T_1 : 後方張力, T_2 : 前方張力)
 E : ヤング率

添字

1 : 入口での値を示す
 2 : 出口での値を示す
 n : 中立点での値を示す

参考文献

- 1) 松本絃美 : ふえらむ, 7 (2002) 4, 273.
- 2) Troost, A. and Wilkening, H. : Archiv fur das Eisen-
hw., 37 (1965), 935.
- 3) Shohet, K. N. et al. : J. Iron Steel Inst., 201-11
(1968), 1088.
- 4) 塩崎宏行 : 塑性と加工, 9 (1968) 88, 315.
- 5) 戸澤康壽, 上田雅信 : 塑性と加工, 11 (1970) 108, 29.
- 6) 戸澤康壽, 中村雅勇, 隈部智雄, 篠辺幹雄 : 塑性と加
工, 16 (1975) 171, 345.
- 7) 柳本左門 : 日本機械学会論文集, 27 (1959) 178, 800.
- 8) Geleji, A. : Arch. Eisenhüttenwesen, 38 (1967) 2, 99.
- 9) 都築信男, 鈴木 弘 : 昭和46年度塑性加工春季講演会
論文集, (1971), 21.
- 10) 戸澤康壽, 中村雅勇, 石川孝司 : 塑性と加工, 17
(1976) 180, 37.
- 11) 戸澤康壽, 石川孝司, 岩田徳利 : 塑性と加工, 23
(1982) 263, 1181.
- 12) 入部久志 : 昭和63年度塑性加工春季講演会論文集,
(1988), 269.
- 13) 柳本 潤 : 塑性と加工, 32 (1991) 367, 1007.
- 14) Karman, T. : Z. AMM, 32 (1952), 139.
- 15) 戸澤康壽 : 塑性と加工, 27 (1986) 300, 81.
- 16) 日本塑性加工学会編 : 塑性加工技術シリーズ—板圧延,
コロナ社, (1993)
- 17) Hitchcock, J. : Roll Neck Bearings, ASME
Research Publication, (1935)
- 18) 石川孝司, 戸澤康壽, 中村雅勇, 加藤 隆, 加藤憲
明 : 塑性と加工, 22 (1981) 247, 816.
- 19) 湯川伸樹, 石川孝司, 戸澤康壽 : 塑性と加工, 28
(1987) 318, 726.
- 20) 石川孝司, 湯川伸樹, 戸澤康壽, 中谷和道 : 塑性と加
工, 30 (1989) 336, 91.
- 21) 湯川伸樹, 石川孝司, 戸澤康壽 : 塑性と加工, 28
(1987) 312, 28.
- 22) 石川孝司 : 塑性と加工, 31 (1990) 357, 1186.
- 23) Ishikawa, T., Tozawa, Y., Nishizawa, J. : Trans.
ISIJ, 28 (1988) 6, 485.

(2002年1月28日受付)