



# 入門講座

計測・制御技術入門  
制御技術-1

## PID制御

PID Control

荒木光彦  
Mituhiko Araki

京都大学 工学研究科電気工学専攻  
教授

### 1 まえがき

「PID」とは比例 (Proportional)、積分 (Integral)、微分 (Derivative) を意味する頭字語であり、これらの動作をする3種の要素 (それぞれ、P要素、I要素、D要素とよぶ。) からなる制御装置をPID調節計という。PID調節計を使うフィードバック制御方式をPID制御といい、その制御系をPID制御系 (大きなシステムの一部を構成する場合には、PID制御ループ) とよぶ。PID調節計は産業界で最も広く用いられている制御装置である。実際、1989年の調査では、工場等で用いられている制御装置の90%以上がPID調節計またはその改良型であるという結果になっている<sup>1)</sup>。

PID調節計を使う上で、重要なポイントが4つある。第1は、制御したい対象 (これをプロセスまたは制御対象とよぶ) の動的な性質を知ることである。これは、プロセスの性質を表わすモデル (プロセスモデルとよぶ) を選択し、そのパラメータを推定するという手続きになる。第2は、制御系にどの程度の動作が期待されているのかを明確化することであるが、そのためには制御性能の評価方法を確立しておかなければならない。ここでは「目に見える形の性能」だけでなく、フィードバックという構造に由来する「隠れた性能」の評価も重要である。また、制御性能と調節計のパラメータとの関連を十分理解しておくことが、以下の動作モードの選択や制御装置の調整において重要となる。次に、プロセスの性質と制御に対する要求に応じてP、I、Dの3要素の中のどれを実際に動作させるかを決めなければならない。すなわち動作モードの選択が第3のポイントである。最後は調節計のパラメータ調整である。実際に使うパラメータの値は、制御系を運転しながら最終的に決定することが多いが、その段階に至るまでに、フィードバック制御系がそこそこ良い動作をするようにパラメータの値を決めておくことが必要となる。

以下では、PID調節計の簡単な歴史と基本構造を紹介した

あと、上の4ポイントについて概説する。

### 2 PID調節計の歴史

PID調節計の歴史はおおむね次の通りである<sup>2,3)</sup>。第二次産業革命の結果、19世紀末から20世紀初にかけて、工場での生産量が飛躍的に増大した。それに伴い、温度・液位・流量・圧力といった諸量を記録しておく必要が生じ、自動記録計が作られた。この記録計の動作を増巾してフィードバック制御に用いたのが、現在のPID調節計の源流である。そのため「調節計」という名称が使われている。始めはほとんどオンオフに近い動作をしていたが、改良が加えられて線形の比例動作 (P動作) が可能となった。さらに積分動作 (I動作)、微分動作 (D動作) が付加され、1939年に3動作がそろった汎用品が発売されるに至った。それ以後1960年代まで、ハードウェア面では著しい進展があったが、数理的な構造面ではほとんど変化がなかった。

デジタル装置の信頼性と性能/価格比の向上に伴い、1970年代に制御装置のデジタル化が急速に進展した。デジタル化された調節計においては、制御ループの数理的構造を変更することが極めて容易である。その結果として、微分先行型<sup>4)</sup>、I-PD型<sup>5)</sup>、2自由度型<sup>6)</sup> という新しい構造が提案・実用化され、個々の制御ループの性能が向上した。なお、上の3種の中、前2者は第3者の特殊な場合であることがわかっている<sup>7)</sup>。また、一方では、操作量の飽和に対応するアンチリセットウィンドアップ機構、複数のループの協調をとるクロスリミット制御、切替操作の自動化を可能にするバンプレス切替方式、さらにはオートチューニングやセルフチューニングと呼ばれる自動調整機構など多様な副次的機能が充実され、PID制御ループを多数含むプラントの全体的性能の向上につながった<sup>8)</sup>。

本稿は入門講座であるので、古典的なタイプの (すなわち

1自由度の) PID 調節計について説明する。上述した最近の発展については文献<sup>4-10)</sup>を参照されたい。また、本文の説明では「ラプラス変換のオペレータs」、およびシステムの動特性を現すsの関数である「伝達関数」を用いる。これらについて説明を加える余裕はないので、必要があれば古典制御理論の教科書(たとえば文献<sup>11)</sup>)を参照されたい。また、理論的な根拠を理解するためには、周波数応答と制御系の性質の関係が重要となる。これについても、上の教科書等を参照されたい。

### 3 PID制御系の基本構造

一般的な1自由度直結フィードバック制御系の全体構成を伝達関数を使って書けばFig.1の通りとなる。ここに、 $y$ ,  $r$ ,  $e$ ,  $u$ ,  $d$ はそれぞれプロセス量(制御量とも呼ばれる)、設定値(目標値とも呼ばれる)、偏差、プロセス入力(操作量とも呼ばれる)およびプロセス外乱である。古典的なPID制御系は、Fig. 1中の制御装置 $C(s)$ として、PID調節計

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \dots\dots\dots (1)$$

を用いるものである。(ただし、 $T_D s$ という微分動作をそのまま実現することが出来ないで、実際にはこの部分を近似微分でおきかえている。)  $K_p$ を比例ゲイン、 $T_I$ を積分時間(またはリセット時間)、 $T_D$ を微分時間(またはレート時間)と呼ぶ。上のPID調節計は、偏差 $e$ と、その積分項 $x_I$ および微分項 $x_D$ に適当な重みをつけて加えたものを操作量 $u$ とするという働きがある。 $C(s)$ の機能を時間領域の関係式として書き下せば、

$$u(t) = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_I} x_I + T_D \dot{x}_D \right) \dots\dots\dots (2)$$

$$x_I(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau, \quad x_D(t) = \frac{de(t)}{dt} \dots\dots\dots (3)$$

となる。(2)式の3項は、制御という観点から次の意味を持つ

$e(t)$ に比例する項：現時点の偏差に基づいて制御量を修正する。

積分項 $x_I$ ：過去の履歴を考慮して制御量を定める。

微分項 $x_D$ ：偏差の変化傾向から未来を予測して制御量を定める。

このようにPID調節計は、偏差の過去、現在、未来を考慮に入れて制御則を構成する能力を持っており、プロセス制御に現れる1変数制御対象に対しては、十分に機能する場合が多い。

### 4 プロセスモデルとそのパラメータ推定

$f_{step}(t)$ を次式のステップ波形とする

$$f_{step}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases} \dots\dots\dots (4)$$

プロセス入力 $u(t)$ として、上のステップ波形 $f_{step}(t)$ を加えたときのプロセス量 $y(t)$ の変化をプロセスのステップ応答またはインディシャル応答と呼ぶ。Fig. 2に例示したように、ステップ応答が $t \rightarrow \infty$ で一定値 $K$ に収束する場合、そのプロセスは定位性または自己平衡的であるという。一方、ステップ応答が $t \rightarrow \infty$ で発散するプロセスを無定位性と呼ぶが、特に $t \rightarrow \infty$ で直線 $y(t) = R(t - L)$ に漸近するものを積分性プロセスという。

PID調節計を使うようなプロセスでは、Fig.2、Fig.3に示したように、ステップ応答が単調増加である場合が多く、伝統的なプロセスモデルやPIDパラメータの調整法はその性質を前提として組み立てられていることが多い。以下でも、この性質を仮定する。もう1つの重要な前提条件として線形性がある。線形性を簡単に説明すれば、「2つのプロセス入力 $u_1(t)$ 、 $u_2(t)$ に対するプロセス量が $y_1(t)$ 、 $y_2(t)$ であるとき、和の入力 $u_1(t) + u_2(t)$ に対するプロセス量が $y_1(t) + y_2(t)$ になる」という性質である。線形性は限定された動作範囲で近似的には成立するが、正確に成立するか否かを厳密に問うたときYESと言えるプロセスは皆無である。にもかかわらず

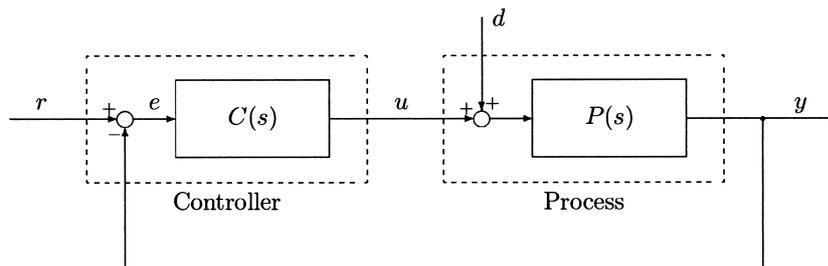


Fig. 1 One-degree-of-freedom Feedback Control System

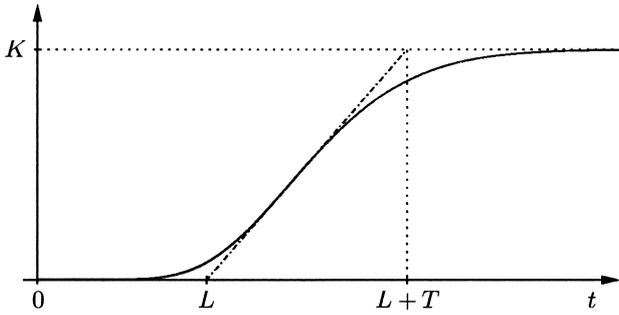


Fig. 2 Step Response of a Process with Self-regulation

ず、フィードバック制御系の設計理論で伝統的にこの性質を仮定しており、しかもそれが多くの場合、良好な結果をもたらしている。その理由は、線形性が近似的に成立する変数の範囲をターゲットとしていることや、フィードバック自体が線形性を強化する働きをもつことにあると考えられる。いずれにしても、以下の諸論もプロセスの線形性を前提とする。

プロセスモデルとしては、必要最小限のパラメータを含み、かつ動的性質の本質的部分を表現できる伝達関数(これをバッチモデルという)が使われてきた。Fig.2のような定位置プロセスについては、「一次遅れ+むだ時間」モデル

$$P(s) = \frac{K}{1+Ts} e^{-Ls} \dots\dots\dots (5)$$

が広く知られている。K、T、Lをそれぞれプロセスのゲイン定数、時定数、むだ時間とよぶ。パラメータK、T、Lの推定は、Fig.2に示したように、応答曲線の変曲点で接線を引くという図式的方法、または2乗積分誤差を指標とするパラメータ当てはめがよく使われる。Fig.3のような積分性プロセスについては、「積分+むだ時間」モデル

$$P(s) = \frac{R}{s} e^{-Ls} = \frac{K}{Ts} e^{-Ls} \quad R = \frac{K}{T} \dots\dots\dots (6)$$

がある。(6)式の第2の表現は冗長度を持つが、時定数の概念が導入できることと、パラメータ調整を定位置プロセスと共通に記述できることから、伝統的に利用されている。パラメータ推定法は、やはり図式的方法(Fig.3)および2乗積分誤差の利用が一般的である。

## 5 制御系の性能評価

フィードバック制御系Fig.1について、外乱dが0に保たれた状態で、 $r(t) = f_{step}(t)$ というステップ入力を設定値に加えたときのプロセス量 $y(t)$ の変化を設定値に対するステップ応答または単に設定値応答とよぶ。設定値rを0に保った状態で $d(t) = f_{step}(t)$ というステップ状外乱が加わったとき

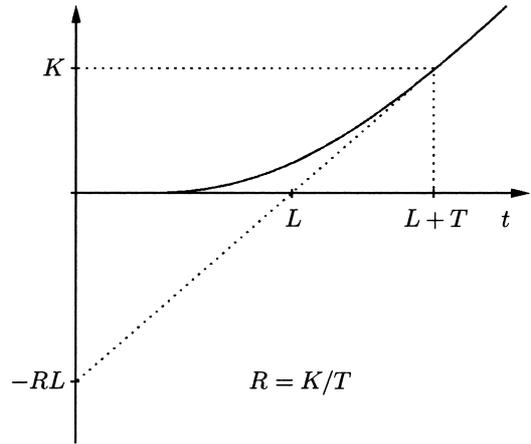


Fig. 3 Step Response of an Integrating Process

のプロセス量 $y(t)$ の変化を外乱に対するステップ応答または単に外乱応答とよぶ。PID制御系の性能評価は、伝統的にこの2つの応答波形に基づいて行われている。以下、設定値応答を $y_{r,step}(t)$ で、外乱応答を $y_{d,step}(t)$ で表わす。

制御系に要求される最優先の性質は $t \rightarrow \infty$ で、 $y_{r,step}(t)$ および $y_{d,step}(t)$ がそれぞれ一定値 $y_{r,\infty}$ および $y_{d,\infty}$ に収束すること、すなわち動的システムとしての安定性である。安定性の仮定のもとで、設定値および外乱に対する定常位置偏差(オフセットともよぶ)を

$$\epsilon_{r,\infty} = 1 - y_{r,\infty} \quad \epsilon_{d,\infty} = -y_{d,\infty} \dots\dots\dots (7)$$

で定義して、定常状態での性能評価に用いている。設定値応答 $y_{r,step}(t)$ が振動的な場合については、 $y_{r,1}$ 、 $y_{r,2}$ を振動波形の第1および第2番目のピーク値、 $y_{r,max}$ をピーク値の中の最大値として、行き過ぎ量Aおよび減衰比 $\Gamma$ を次式

$$A = \frac{y_{r,max} - y_{r,\infty}}{y_{r,\infty}} \times 100, \quad \Gamma = \frac{y_{r,2} - y_{r,\infty}}{y_{r,1} - y_{r,\infty}} \times 100 \dots\dots (8)$$

で定義して過渡的波形の評価に用いる。一般に、 $y_{r,step}(t)$ が10%から90%までに達する時間 $T_r$ を立ち上がり時間、 $|y_{r,step}(t) - y_{r,\infty}|$ が一定量a% ( $y_{r,\infty}$ に対する比率として)以内におさまるのに要する時間 $T_s$ を整定時間と呼んで、速応性の評価に用いる。aの値としては2%を用いることが多い。制御系が振動的な応答を示す場合には、 $y_{r,step}(t)$ が最大のピーク値をとる時間 $T_p$ をピーク時間とよんで速応性の指標とすることもある。

以上の定常偏差( $\epsilon_{r,\infty}$ と $\epsilon_{d,\infty}$ )、波形の指標(行き過ぎ量Aと減衰比 $\Gamma$ )、および速応性の指標(立ち上がり時間 $T_r$ 、整定時間 $T_s$ 、ピーク時間 $T_p$ )は、シミュレーションや特定の運転条件下での試験運転から直接評価できる。フィードバック制御系の性能として、これ以外にロバスト性が重要である。ロバスト性は、プロセスのパラメータや運転条件が変わったとき(これは経年変化や原材料・製品仕様の変化で常時生じ

ている)にも適正な性能を維持できるという要求である。PID制御系の場合は、通常、安定性が保証できるゲインおよび位相の変動の限界を与えるゲイン余裕  $\gamma_{margin}$  および位相余裕  $\theta_{margin}$  でロバスト性を評価する。ゲイン余裕と位相余裕の定量は、プロセスの周波数応答に基づいて行うべきものである。周波数応答という概念を使わない場合には、運転条件等を変化させた多数の試験を行う必要が生じ、その正確な評価が難しくなる。

制御性能と制御装置のパラメータ値などとの関係は次章でべる。

## 6 動作モードの選択

動作モードとは、 $P$ 、 $I$ 、 $D$ のどの要素を実際に使うかを意味する述語である。実用上、よく使われる動作モードとそれに対応する調節計の伝達関数  $C(s)$  は

$$\begin{aligned} P \text{モード (比例モード)} & C(s) = K_P \\ PI \text{モード (比例積分モード)} & C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) \\ PD \text{モード (比例微分モード)} & C(s) = K_P (1 + T_D s) \\ PID \text{モード (比例積分微分モード)} & (1) \text{式の通り} \end{aligned}$$

である。どのモードを用いるかを決定するためには、制御性能と制御装置の形・パラメータとの間の次のような関係を理解しておくことが重要である。

一般に、調節計の比例ゲイン  $K_P$  を大きくすると、2つの現象が現れる。まず、ループゲインが増加してフィードバックの効果が強くなるため、定常位置偏差  $\varepsilon_{r,\infty}$  および  $\varepsilon_{r,d}$  が (これらが0の場合には、定常速度偏差のような高次の偏差が) 小さくなる。一方、位相交点\*<sup>1</sup>におけるループゲインも同様に増加するので、ゲイン余裕が小さくなって制御系が振動的に (著しい場合は不安定に) なる。

$I$ 要素の有無について、次の2つの事実が重要である。定常位置偏差  $\varepsilon_{r,\infty}$  および  $\varepsilon_{d,\infty}$  をロバストに0とするためには、 $C(s)$  に  $I$ 要素を含めなければならない。(これは、ラプラス変換の最終値定理からの結論で、十分条件でもある。) ここに、「ロバストに」とは「プロセスの性質が安定性を損なわない範囲で変動しても」という意味である。一方、 $I$ 要素を含む調節計は「周波数の減少に伴って、位相遅れが  $90^\circ$  に近づき、ゲインが角周波数に逆比例して大きくなる」という性質を持つ。そのため、積分性プロセスに  $PI$  や  $PID$  モードを使用すると、一巡伝達関数の低周波域での位相遅れが  $180^\circ$  に近くなる。この状況では、フィードバック制御系が次の現象を呈する。すなわち、ノミナルなモデルに対して好ましい応

答が得られるように調節計のパラメータを調整しておいても、プロセスのゲイン定数  $K$  が変化すると制御系が振動的になる。この現象は、 $K$  の増加方向に対しては、すでに説明した  $K_P$  を増加させた場合と同様に、一般的にみられるものである。しかし、積分性プロセスに  $PI$  または  $PID$  モードを使う場合については、同様の現象が  $K$  の減少方向に対しても現れる点特徴的である。そのため、制御系の調整やメンテナンスが難しくなる。

以上より、動作モードの選択について次のガイドラインが得られる。定位性プロセスの場合は、 $PI$  または  $PID$  モードを選択すればよい。これによって、定常位置偏差をロバストに0とできる。 $D$ 要素は、速応性を高める働きを持ち、結果的に外乱の影響をも軽減する。ただし、この機能は調整が適切に行われた場合 (すなわち、調節計の進相領域\*<sup>2</sup>が位相交点をカバーするようにパラメータ調整された場合) にもみ発現する。したがって、 $D$ 要素の使用を意味あるものとするためには、良好な調整とメンテナンスが必要である。

積分性プロセスについては、調節計に  $I$ 要素を含めることによる位相余裕の劣化が深刻な問題となるので、通常、 $P$  または  $PD$  モードを使用する。しかし、外乱に対する定常偏差を0にせよといった要求が強い場合には、 $PI$  または  $PID$  モードを使用せざるを得ない。この場合には、すでに述べたようにプロセスゲインが減少したときにも制御系が振動的になるので、調節計の調整に特に慎重を期さなければならない。また、継続的なメンテナンスも必須である。

一般的に、 $P$ モードを用いれば制御系の構成が単純になり、調整・メンテナンスも容易となる。したがって、高度な制御性能が要求されない場合には、 $P$ モードを用いるのも賢明な選択と言える。

## 7 調節計のパラメータ調整

調節計のパラメータの中、比例ゲイン  $K_P$  は実際の運転状態で調整するのが直接的であり、また、現実に則した値が選べる。しかし、そのような実運転に入るまでに、制御系がそこそ良い応答を示すように (少なくとも不安定にならないように) 調節計のパラメータをあらかじめ設定する必要がある。また、積分時間  $T_I$  と微分時間  $T_D$  については、プロセスの開ループ特性を十分把握した上で設定することが重要である。

$PID$  調節計のパラメータ調整法としては、1943年に発表された Ziegler-Nichols の限界感度法とステップ応答法が広く知られている<sup>9)</sup>。前者は、限界感度試験の結果から位相交

\*1 開ループ一巡伝達関数 (Fig.1の場合は  $C(s)P(s)$ ) の周波数応答の位相角が  $-180^\circ$  になる角周波数。

\*2  $D$ 要素を含む場合には、調節計  $C(s)$  の周波数応答の位相角が、ある範囲の周波数で正になる。その周波数の範囲を進相領域と呼ぶ。

点の角周波数とプロセスのゲインを推定し、それに基づいて調節計のパラメータを決定しているものと解釈できる。ステップ応答法は、運転開始直後の一定時間のプロセス変数の変化からモデル (6) のパラメータを推定し、直ちにPIDパラメータを決めてしまおうという方法である。いずれも、簡単なテストによって、または最初から実運転を行ってパラメータを設定できるという面で極めて実用的である。ただし、当然のことながらその精度は高くない。

その後、より精密な調整法が多数報告されている<sup>9)</sup>。

## 8 あとがき

本稿では、PID制御について基本的な事柄だけを概説した。2章で述べたように、特にデジタル計装が一般的になってから、PID制御方式の改良が著しく、実用にあたってはそれらの事項を十分理解しておくことが重要である。バッチモデルとしては、(5)、(6)の2形式だけしか紹介できなかったが、最近はプロセスに応じてもう少し詳しいモデルを用いて精度を上げることが多い。2自由度PID調節計のパラメータ設定については、文献<sup>12-14)</sup>に詳細な報告がある。

### 参考文献

- 1) 日本電気計測器工業会：先端制御技術の動向，調査研究事業報告，(1983)
- 2) 荒木光彦，須田信英：PID制御，第1回：PID制御の歴史，計測と制御，36 (1997)，643.
- 3) S. Bennett：Control System Magazine，13 (1993)，58.
- 4) 宮崎誠一：プロセス制御の実際 (第19回) —DDCの制御のメリット，オートメーション，26 (1981)，102.
- 5) 北森俊行：制御対象の部分的知識に基づく制御系の設計法，計測自動制御学会論文集，15 (1979)，549.
- 6) 荒木光彦：2自由度PID制御系について，計測自動制御学会実システムのモデリングと制御系設計研究専門委員会資料，(1984)
- 7) 荒木光彦：2自由度制御系I—PID・微分先行型・I-PD制御系の統一の見方などについて，システムと制御，29 (1985)，649.
- 8) 広井和男編：制御システム技術の理論と応用，電気書院，(1992)
- 9) 須田信英他：PID制御，朝倉書店，(1992)
- 10) K. J. Aström and T. Hägglönd：PID Controllers，2nd Edition，Instrument Society of America (1995)
- 11) 荒木光彦：古典制御理論 基礎編，培風館，(2000)
- 12) 荒木光彦，田口秀文：2自由度PID制御装置，システム／制御／情報，42，1 (1998)，18.
- 13) H. Taguchi and M. Araki：Two-degree-of-freedom PID controllers—Their functions and optimal tuning—，IFAC Workshop on Digital Control：Past, Present and future of PID Control，(2000)，91.
- 14) H. Taguchi, M. Kokawa and M. Araki：Optimal tuning of two-degree-of-freedom PD controllers，The 4th Asian Control Conference，(2002)，268.

(2003年1月6日受付)