

特集記事・9

ここまで来た計算科学の鉄鋼への応用

疲労現象理解のための転位の集団化・自己組織化挙動の予測

Collective Behavior and Self-organization of Dislocations for Understanding Fatigue Phenomena

渋谷陽二
Yoji Shibutani大阪大学 大学院工学研究科
機械システム工学専攻 教授

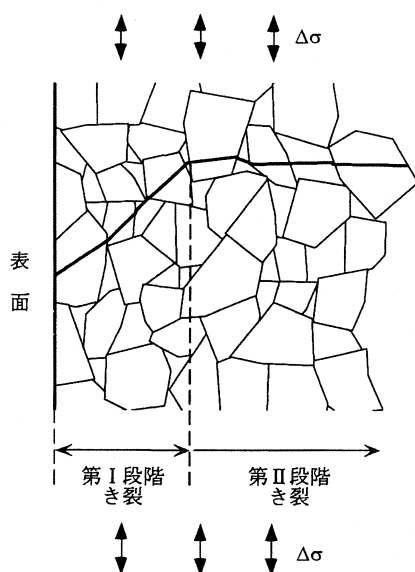
1 緒言

疲労現象は、き裂の発生過程とその進展過程に大別される(図1¹⁾参照)。後者のき裂進展過程については、これまで数多くの現象を理解するための実験的研究とそのデータベース化²⁾の整備が精力的に進められている。これらの過程に対応したき裂の成長は、材料表面近傍のせん断応力に基づくすべり変形から疲労き裂の発生に至る第Ⅰ段階と、巨視的には引張り軸に対してほぼ垂直な方向にき裂が進展する第Ⅱ段階に分類できる³⁾。その第Ⅰ段階の初期は、ミクロなき裂の核生成に密接に関係している。したがって、疲労現象は、その過程に応じたスケールを持ち、どの段階のメカニズムを解明するかによって、その観察分解能が異なってくる(図2⁴⁾参照)。

一般に、疲労き裂の発生は、結晶のすべり変形に起因する累積したすべり帯 (slip band) での入り込み (凹部: intru-

sion) や突き出し (凸部: extrusion) によると考えられている (図2中の模式図参照)。このすべり帯は、通常の電解研磨を施しても除去できないことから、固執すべり帯 (persistent slip bands: PSBs) と称される。このPSBsがなぜ生成されるのか、またどのような外部負荷環境のもとで生成されるのかといったことが、疲労現象を理解し制御するための最も根元的な部分になる。透過電子顕微鏡 (TEM) 観察により、PSBsが図2のようなはしご状のパターニングを示すことがわかっており、結晶学的な考察が数多く行われてきた^{5,6)}。転位が集団化し自己組織化した結果は観察できるが、その構成単位である個々の転位の振る舞いから、その内部組織形成への道筋が明確にできるかという点、まだまだ全容の解明には至らない。多重すべり (multiple slip) や交差すべり (cross slip) といった転位の運動様式、フランク・リード源 (Frank-Read source) の転位の増殖機構、転位林 (dislocation forest) によるキンク (kink) やジョグ (jog) の生成、粒界や介在物との相互作用等の比較的短距離な現象から、長範囲な弾性場に支配される系全体の応力場の生成まで、その力学過程は繰り返し負荷のもとで発展する複雑な挙動となる。転位等の欠陥場が外部負荷の下で自己組織化し、マクロな不均質変形場を形成するミクロマクロ双方向の力学現象を集団化力学挙動 (collective mechanical behavior) とここでは称する。まずは、個々の転位の挙動からPSBsに至るメカニズムの解明が、疲労き裂のエンプリオ (核) を知ることにになり、疲労現象の根元的な理解につながる。(もちろん、「疲労現象」が理解できても、実構造物の疲労破壊がなくなるわけではなく、実働荷重に対する疲労寿命予測が重要な「疲労工学」の問題は残っている。)

一般に、PSBsのような自己組織化は系の不安定化がもたらす分岐後の固有な構造であり、外部負荷に対する安定な応答とは区別して考えなければならない。現象論的な転位のパターニングには、これまで反応・拡散系の支配微分方程式が

図1 疲労き裂の発生と進展過程¹⁾

よく用いられてきた⁷⁻¹¹⁾。安定性解析により系の不安定性が予測でき、その結果種々の固有な形態形成の発現様式がわかってきた。しかしながら、外部負荷の下での内部構造の変化から決定される応力場を求め、その応力場が駆動源となって欠陥場が発展する連成問題としての取り扱いまでには至っていない。一方、離散的なセグメントで転位をモデル化し、線形弾性場の長距離作用と非線形な近距離相互作用のもとで多自由度系の問題として解析する計算手法が行われている。転位を質点系の運動方程式として記述し動力学として解析したり、慣性力を考慮しない連続する準静的な相互作用場の問題として解析したりしている¹²⁻¹⁹⁾。それら離散的な手法の導き出す結果と、前述の反応・拡散系の現象論的な支配微分方程式とは直接には関係づけられないが、離散系—連続系のマルチスケールアプローチを考える上で、両者とも重要な情報を提供してくれる。そこで本報告では、PSBsに代表される転位のパターンニングについて、多重極子展開法により長距離効果を考慮した離散転位力学法によるパターンニングと、セルラーオートマトン法を用いた反応—拡散系の現象論的アプローチによるパターンニングについて紹介する。

2 離散転位力学法によるパターンニング

2.1 多重極子展開法による長距離効果の導入

一般に、2転位間の相互作用力は解析解から直接計算することができるが、遠距離に位置する多数の転位間の相互作用力を直接評価するには多くの計算量と計算時間を要する。従来より、ある有限領域内の転位群のみからの相互作用を考慮するカットオフ距離の導入が行われてきた²⁰⁾。しかしながら、転位の相互作用力は $1/r$ でゆるやかに減衰するので、有限距離でのカットオフは転位の弾性相互作用の多くを無視し

て、異なるパターンニングを示すことが指摘されている²¹⁾。そこで、メゾスケールな領域で多数の転位群の相互作用を求める離散転位力学 (discrete dislocation mechanics : DDM) シミュレーションには、多重極子展開法²²⁾を用いた長距離相互作用の導入が最近行われている²³⁾。

ある領域に N 個の転位が含まれている2次元のセルを考える (図3参照)。そのセルに含まれる任意な転位 (位置ベクトルを z_i とする) から離れた点Pに生じる応力場を表すために、次式のような複素応力ポテンシャルを導入する。

$$\phi(z-z_i) = b \ln(z-z_i) \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $z = x + iy$ である。上式をセルの中心 z_t まわりにTaylor展開し、すべての z_i について足し合わせることで多重極子展開を得ることができる。すなわち、

$$\phi(z-z_t) = B_t \ln(z-z_t) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_k}{(z-z_t)^k} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

$$B_t = \sum_{i=1}^N b_i, \quad c_k = \sum_{i=1}^N (-1) \frac{b_i (z_i - z_t)^k}{k}$$

後述する応力成分の評価のために、式 (2) の z に関する1次微分が必要になる。すなわち、

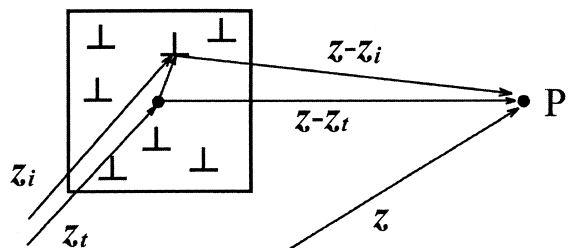


図3 N個の転位を含むセルが点Pに及ぼす応力場

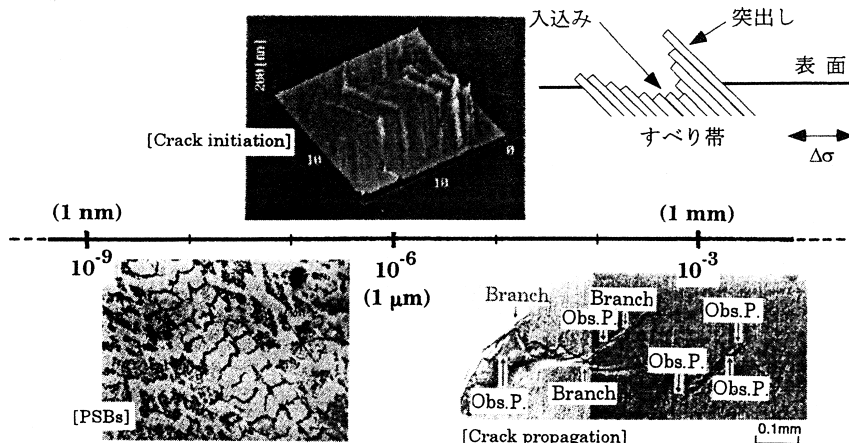


図2 疲労現象の空間スケール依存性⁴⁾

$$\begin{aligned}\phi'(z-z_t) &= \frac{1}{z-z_t} \sum_{i=1}^N b_i + \frac{1}{(z-z_t)^2} \sum_{i=1}^N b_i (z_i - z_t) \\ &+ \frac{1}{(z-z_t)^3} \sum_{i=1}^N b_i (z_i - z_t)^2 \\ &+ \frac{1}{(z-z_t)^4} \sum_{i=1}^N b_i (z_i - z_t)^3 + \dots \quad \dots\dots (3)\end{aligned}$$

ここで、式(3)の右边各項は、図4のように、単極子、2つの双極子、3つの4重極子のような転位の多重極子の階層構造をなしている。

いま、らせん転位の場合、 $z=z_i$ にある転位により点Pに生じる応力成分は、次式のように2成分となる。

$$\begin{aligned}\sigma_{xz} &= \frac{\mu}{2\pi} \text{Im}(\phi'(z-z_i)), \\ \sigma_{yz} &= \frac{\mu}{2\pi} \text{Re}(\phi'(z-z_i)) \quad \dots\dots\dots (4)\end{aligned}$$

ここで、Imは虚部、Reは実部を表す。

つぎに、刃状転位の場合には、式(1)に対応する複素応力ポテンシャルとして次式を用いる。

$$\begin{aligned}\phi_c(z-z_i) &= \cos \theta \ln(z-z_i), \\ \phi_s(z-z_i) &= \sin \theta \ln(z-z_i), \\ \phi_x(z-z_i) &= x \phi_s(z-z_i), \\ \phi_y(z-z_i) &= y \phi_c(z-z_i) \quad \dots\dots\dots (5)\end{aligned}$$

ここで、 θ は刃状転位の持つバーガースベクトルの x 軸からの傾きを表す。このとき、同様に点Pに生じる応力成分は次

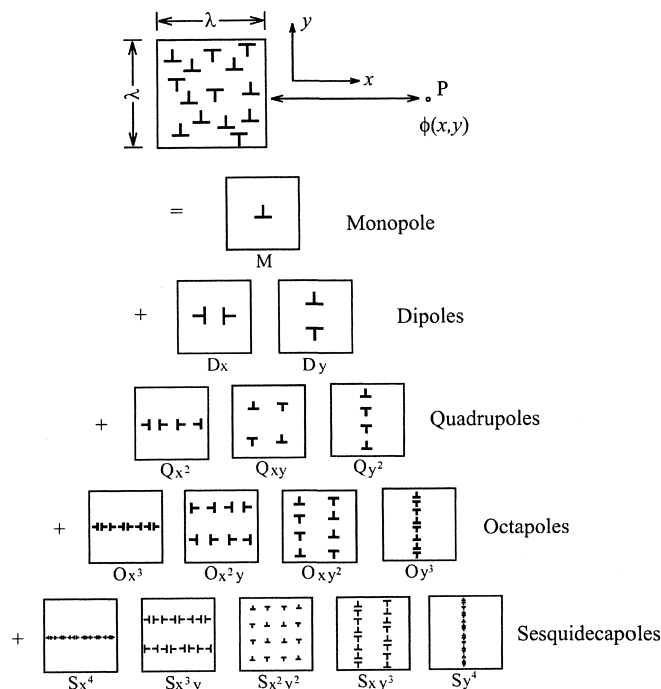


図4 多重極子展開による階層構造

式のように表される。

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} (2\text{Im}(\phi'_c(z-z_i)) \\ &- \text{Re}(\phi''_x(z-z_i)) + \text{Re}(\phi''_y(z-z_i))), \\ \sigma_{yy} &= \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} (2\text{Re}(\phi'_s(z-z_i)) \\ &+ \text{Re}(\phi''_x(z-z_i)) - \text{Re}(\phi''_y(z-z_i))), \\ \sigma_{xy} &= \frac{\mu b}{2\pi(1-\nu)} (\text{Im}(\phi'_s(z-z_i)) \\ &+ \text{Re}(\phi'_c(z-z_i)) + \text{Im}(\phi''_x(z-z_i)) \\ &- \text{Im}(\phi''_y(z-z_i))) \quad \dots\dots\dots (6)\end{aligned}$$

いま、図5に示すような N 個の転位群のセルC0が x 軸方向に同じ大きさのセル内の中心に置かれた一個の転位に働く応力成分について、多重極子展開を用いた場合と直接計算した場合の比較を行う。転位はらせん転位とし、セルの一边の大きさを $3 \times 10^4 b$ (バーガースベクトル: $b=0.2556 \text{ nm}$)、横弾性定数 $\mu=46.0 \text{ GPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.34$ とする。セルC0には $N=1000$ 個(転位密度 $\rho=1.70 \times 10^{13} \text{ m}^{-2}$)のランダムに配置された転位群を考える。直接計算した結果と多重極子展開した結果の差の絶対値を直接計算した値で除した誤差を、各応力成分について示したのが図6である。多重極子の次数を上げるほど、また遠距離のセルほど誤差が著しく小さくなっていることがわかる。

2.2 2次元の離散転位力学法によるパターンニング

DDMは、転位を2次元では点、3次元では有限長のセグメントとして離散化し、転位間に働く力や外力の作用の下で転位群の運動を追跡する計算力学手法の一つである。ここでは、fcc金属の $\{111\}$ 面上の3つのすべり系をもつ系を考え、空間を図7のように六角形セルの集合体として考える。それらを一つのユニットセルとした周期構造を考え、自分自身と最隣接に位置する周囲のセルでは直接計算を、その周辺のセル群には多重極子展開法を用いた相互作用力を計算する。解析に用いる材料特性値は2.1項と同様である。

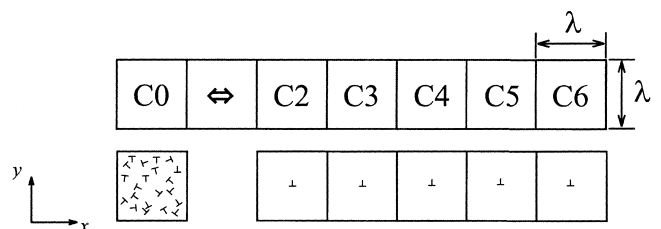


図5 多重極子展開法検証のための1次元配列モデル

転位のすべり方向に働く力としては、他の転位からの相互作用力 F_{int} （これには、近距離にある直接計算からの力と多重極子展開法による遠距離からの力が含まれる）、外部負荷による転位に働くPeach-Koehler力 F_{ap} 、パイエルス応力による抵抗力 F_{res} 、転位の運動に伴う慣性力 F_{ine} を考慮する。

$$F_{tot} = F_{int} + F_{ap} - F_{res} + F_{ine} \dots\dots\dots (7)$$

転位のすべり方向とともに、垂直方向の力も求め、転位の上昇なども考慮できる。転位間の近距離相互作用は、異符号転位の会合による消滅、同符号の場合の停止、空孔による上昇といった局所近傍則を決めて適用することになる。

まず、1すべり系でランダムに配置した初期配置を図8に示す。2.56 $\mu\text{m} \times 2.21 \mu\text{m}$ の領域に $N=1500$ 個 ($2.6 \times 10^{14} \text{m}^{-2}$ の転位密度相当)を配置している。無負荷状態で十分に緩和後の転位の配置を図9 (a) に、そして参考として、多重極子展開法による長距離効果を考慮せず、カットオフ半径0.38 μm を導入した場合の結果を図9 (b) に示す。長距離効果が転位群の配置に大きく影響を与え、その重要性を示唆している。両者の相違の原因とパターンニングの構造を理解するために、任意な位置 (x, y) にある転位について、その近傍の領域に存在する転位の種類の分布を表す相関関数を次式のように定義する。

$$F(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{n_i^+(x, y) - n_i^-(x, y)\} \dots\dots\dots (8)$$

ここで、同符号の転位の個数を $n_i^+(x, y)$ 、異符号の個数を $n_i^-(x, y)$ とする。同符号の転位の局所構造が支配的な場合には $F > 0$ 、異符号の場合には $F < 0$ となる。図9 (a) および (b) のパターンに対して式 (8) の相関関数を求めた結果が、それぞれ図10 (a)、(b) である。カットオフ半径を導入した図10 (b) では白色領域が上下方向に伸びており、同符号の転位がすべり方向（水平方向）と垂直方向に分布していることがわかる。一方、長距離効果を考慮すると45°方向に異符

号の転位が主として分布している。双極子に働く力の解析解から、90°（垂直方向）と±45°の時に相互作用力はともに0になる。しかしながら、転位間に生じる相互作用エネルギーについては、異符号の45°の方がより安定であることが示される（図10中のエネルギーの分布図参照）。したがって、長距離効果は転位群の系の持つポテンシャルエネルギーを最小にする配置に移動させていることがわかる。

他の解析例として、カットオフ半径を用いた文献20) の結

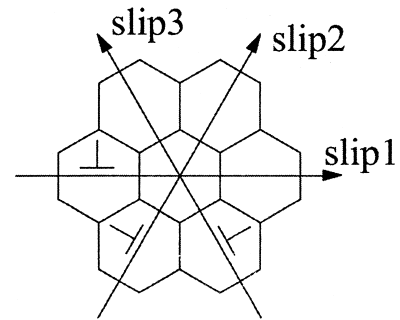


図7 fcc金属の{111}面を模擬した六角形セル

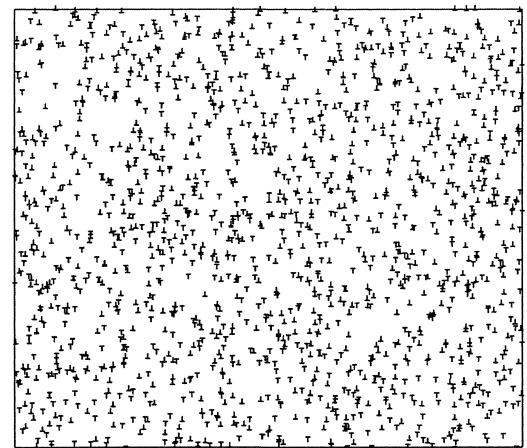
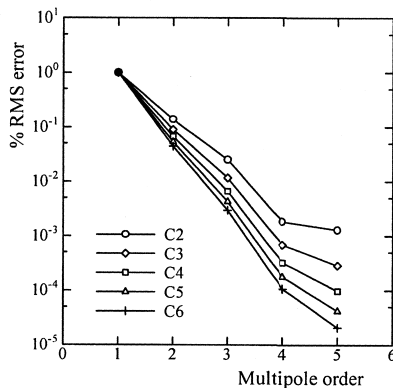
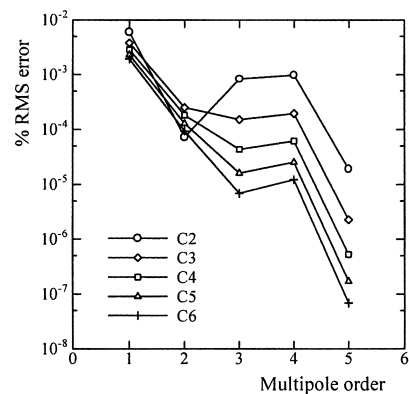


図8 DDMにおける1すべり系モデルの初期配置



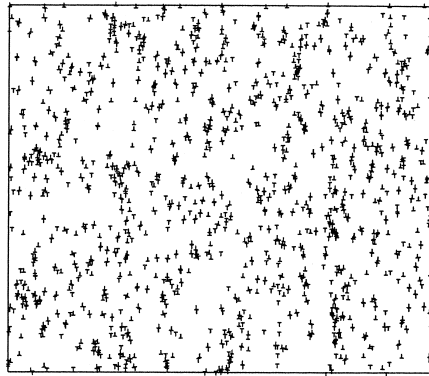
(a) σ_{xz} の場合



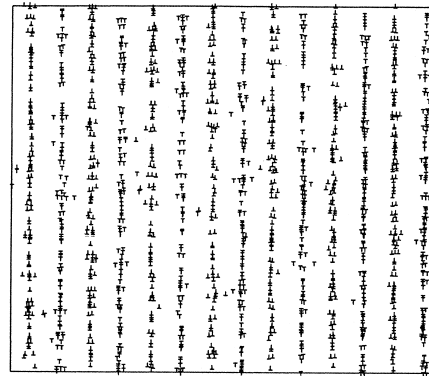
(b) σ_{yz} の場合

図6 多重極子展開法による応力計算の精度

果から、fcc金属の3すべり系に対して得られたセル構造のパターンを図11に、bccを模擬したモデルに対して得られたカーペット型のパターンを図12に示す。

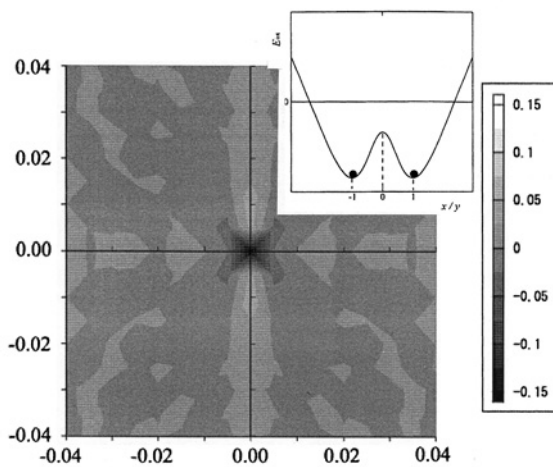


(a) 多重極子展開法を用いた場合

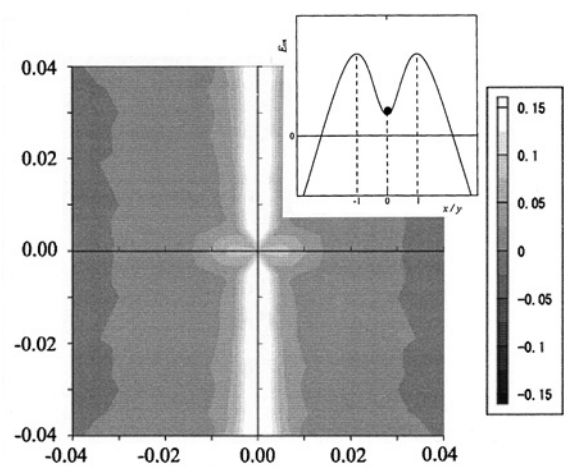


(b) カットオフ半径を用いた場合

図9 無負荷状態で十分緩和後の転位群の配置



(a) 多重極子展開法を用いた場合



(b) カットオフ半径を用いた場合

図10 転位の種類の分布を表す相関関数

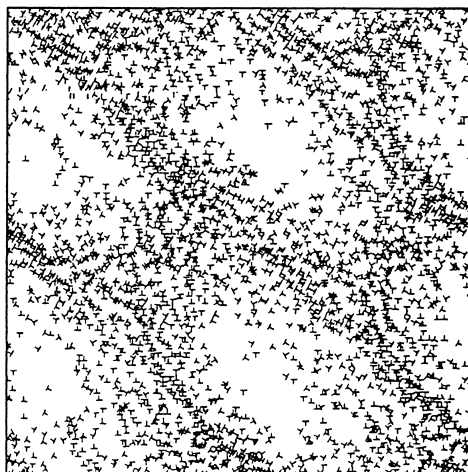


図11 fcc金属の $\{111\}$ 面上の3すべり系におけるパターンニング例²⁰⁾

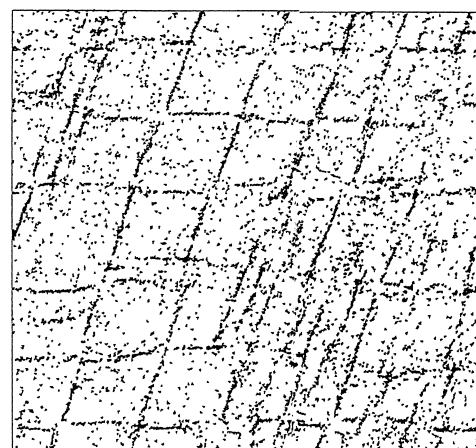


図12 bcc金属を模擬したパターンニング例²⁰⁾

3 セルラーオートマトン法による パターンニング

PSBsの形成に対して現在提案されている数理モデルの長短所については、長谷部による文献(24)を参照するとよい。

ここではまず、不動転位密度と動転位密度の時空間発展挙動を反応・拡散系の微分方程式により記述されると仮定する。そして、それらの空間を離散化した領域をセルとみなし、セル間の近距離相互作用を定めた局所ルールにより時間発展させるセルラーオートマトン法(CA法)⁽²⁵⁾により解析した一例を示す。本来ならば、微分方程式が陽な形で表現されている場合には、差分法等の適当な数値解法により解析することが可能である。その一例として、志澤らは反応・拡散方程式に動的回復を表現する項の導入によるセル構造と亜結晶粒の形成パターンについて⁽²⁶⁾、Hasebeは場の理論に基づく数理モデルを用いて3次元のパターンニングを報告している⁽²⁷⁾。しかしながら、複雑な転位の結晶学的な幾何学や、転位間の物理的短距離相互作用の導入等、必ずしも微分方程式で陽に表現することが容易ではない。したがって、ここでは微分方程式を解かずとも、力学現象を含めた自然現象を自然な形で包含しうるCA法の適用⁽⁴⁾が、集団的な欠陥場を予測するメゾスケールなシミュレーションの一つの方法論として位置づけられると考える⁽²⁸⁾。

3.1 CA法による反応・拡散方程式の解析

次式のような1次元の反応・拡散方程式を考える。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha u + D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

右辺の第1項は反応項、第2項が拡散項である。この式の差分近似式は、

$$\frac{u(x, t + \Delta t) - u(x, t)}{\Delta t} = \alpha u(x, t) + D \frac{u(x + \Delta x, t) - 2u(x, t) + u(x - \Delta x, t)}{\Delta x^2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。

一方、CA法の一般的な時間発展式はつぎのように表される。 N 個のセルに離散化された空間内の n 番目のセルについて、時刻 $t_0 + \Delta t$ におけるセルの持つ任意な状態量 $E(n; t_0 + \Delta t)$ は、現在の時刻 t_0 と、場合によってはその過去の時刻 $t_0 - \Delta t$ 、そして周囲の状態 $(n-1, n+1)$ により決定される。

$$\begin{aligned} E(n; t_0 + \Delta t) &= f(E(n-1; t_0 - \Delta t), \\ &E(n; t_0 - \Delta t), E(n+1; t_0 - \Delta t), \\ &E(n-1; t_0), E(n; t_0), \end{aligned}$$

$$E(n+1; t_0)) \quad \dots\dots\dots (11)$$

上式の状態量 $E(n; t_0 + \Delta t)$ として式(9)の濃度 u を用いると、式(11)に対する式として次式を定義する。

$$\begin{aligned} u(x, t + \Delta t) &= \Gamma_1 u(x + \Delta x, t) \oplus \Gamma_2 u(x - \Delta x, t) \\ &\oplus \Gamma_3 u(x, t) \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

ここで、 $\oplus$ は局所ルールに基づいて作用されることを表す。いま、式(12)の重み Γ_i を次式のように与えた場合、

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \Gamma_2 = D \frac{\Delta t}{\Delta x^2}, \\ \Gamma_3 &= 1 - 2D \frac{\Delta t}{\Delta x^2} + \alpha \Delta t \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

CA法の時間発展式(12)は、1次元の反応・拡散方程式の差分近似式(10)と等価になることがわかる。すなわち、微分方程式を解くことと等価な時間発展挙動を、CA法で求めることができることになる。その反面、局所ルールの設定により、最終結果が大きく左右される不確定性も併せ持っていることに注意する必要がある。

3.2 PSBのパターン形成シミュレーション

前節で取り上げたように、物質が反応と同時に空間的に拡散していく時間発展問題は、反応・拡散方程式を支配微分方程式として記述される。生体系では、チューリングモデル⁽²⁹⁾が提案されており、活性因子(U)と抑制因子(V)の2種類のモルフォゲンの拡散と反応が時空間パターンを形成するというものである。これを疲労現象にあてはめた場合、双極子あるいは四重極子を形成した転位は局所平衡に陥り、不動転位となり壁を形成する。双極子に反発される転位はチャンネル間を運動する動転位として表される。それらの密度を不動転位密度 ρ_i と動転位密度 ρ_m として表し、それに関する時間発展を次式のような反応・拡散方程式で記述されると仮定する⁽¹¹⁾。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} &= g(x) - b\rho_i + \gamma \rho_i^2 \rho_m + D_i \frac{\partial^2 \rho_i}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial \rho_m}{\partial t} &= b\rho_i - \gamma \rho_i^2 \rho_m + D_m \frac{\partial^2 \rho_m}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} g(x) &= a\rho_i^0 - a\rho_i, \quad \rho_i^0 = 1 \times 10^{-14} \text{ [m}^{-2}\text{]} \\ D_i &= 3 \times 10^{-7} \text{ [m}^2\text{/cy]}, \quad D_m = 4 \times 10^{-3} \text{ [m}^2\text{/cy]}, \\ a &= 6 \times 10^{-2} \text{ [1/cy]}, \quad b = 30 \times 10^{-2} \text{ [1/cy]}, \\ \gamma &= 2/(\rho_i^0)^2 \end{aligned}$$

応力振幅に相当する係数 b により、不動転位が負の反応を示

し、その分が動転位の増分となる。また、双極子の形成に基づく不動転位の増分は、3次の非線形項により記述され、動転位が不動転位に比して十分に拡散しやすいことを両者の拡散係数の大きな比により表している。各係数を変化させることにより、CAによるパターン形成は大きく変化するが、安定な時空間パターンを形成するかどうかは線形安定性解析³⁰⁾を行えば予測される。

ここでは、まず1次元解析として上述した係数を与えた場合の時空間発展空間を図13に示す。時間増分の回数をサイクル数 N に置き換えた場合に、 10^4 回を経過した頃から安定なある周期を持つ空間パターンが出現した。不動転位密度が周期的に分布し、動転位密度が十分に小さくなっていることから、図2に見られるはしご状のPSBsに相当するパターンと解釈できる。不動転位密度と動転位密度に関わる拡散係数 D_i 、 D_m を種々に変えると、局在化する不動転位密度の間隔や幅が変化する。その様子を図14に示す。

つぎに、図7の2次元解析について述べる。3つのすべり系に沿った斜交座標系の (x, y, z) に対して反応・拡散する系を考え、1次元と同様な条件で解析を行った。CA法の利点の一つに、支配微分方程式の特性を反映させながら、方程式で表現しづらい条件の導入が比較的容易なことである。1%のゆらぎを持つランダムな初期不動転位密度を図15 (a) に、等方的な拡散係数 ($D_x = D_y = D_z = 3.0 \times 10^{-5} \text{ [m}^2/\text{cy]})$ を与えた結果が図15 (b) に、異方的な拡散係数 ($D_x = 3.0 \times$

10^{-6} , $D_y = D_z = 1.0 \times 10^{-4} \text{ [m}^2/\text{cy]})$ の結果を (c) に示す。一方向にのみ拡散しづらい場合 (図15 (c))、TEM写真でよく観察されるパターンニングに類似していることがわかる。

最後に、1次元の解析における安定性の解析結果について述べる。いわゆるチューリング分岐 b_T ³⁰⁾とホップ分岐 b_H ³¹⁾は、線形の安定性の解析により次式のように表される。

$$\begin{aligned} b_T &= a + 2\sqrt{a\gamma d} \rho_i^0 + \gamma d (\rho_i^0)^2, \\ b_H &= a + \gamma (\rho_i^0)^2 \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

一方、CA法で b と拡散係数の比 $d (=D_i/D_m)$ を変化させたときのパターンニングの結果を図16に示す。 b_T よりも下の領域 (A) では自己組織化は生ぜず、領域 (B) ではチューリング分岐後の自己組織化、領域 (C) では時間方向に不安定な挙動を示すホップ分岐の結果が得られ、式 (15) の予測と一致することが確認できる。

4 結言

結晶性材料の塑性変形挙動は転位に代表される欠陥のふるまいに帰着される。より高倍率での観察を行うほど、離散性が本質的な現象が顕在化し、それらを精度良く制御することが高付加価値を持つ機能性材料の創成につながる。一方、そのような材料を加工し、マクロなスケールの構造体にアセンブルする工程が必要不可欠で、その設計基準の確立のために

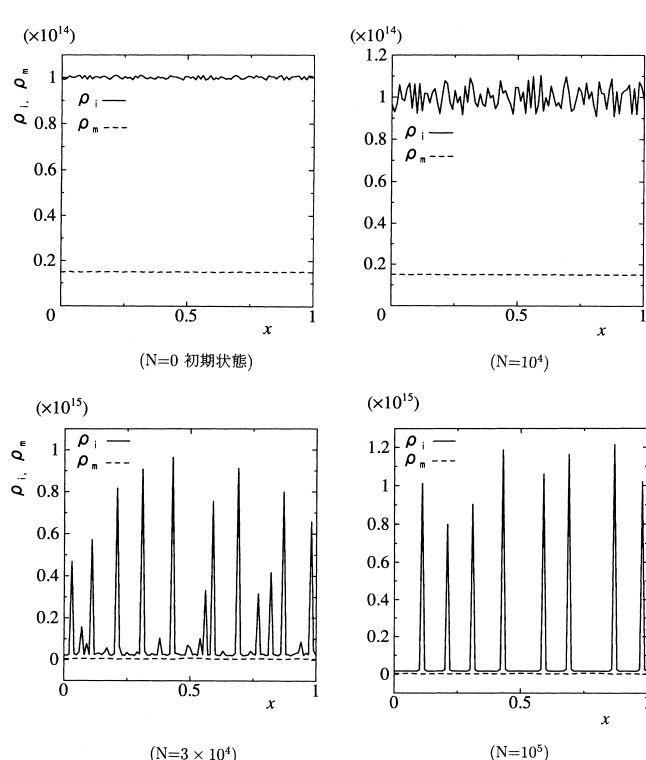


図13 CA法による1次元モデルの時空間発展様式⁴⁾

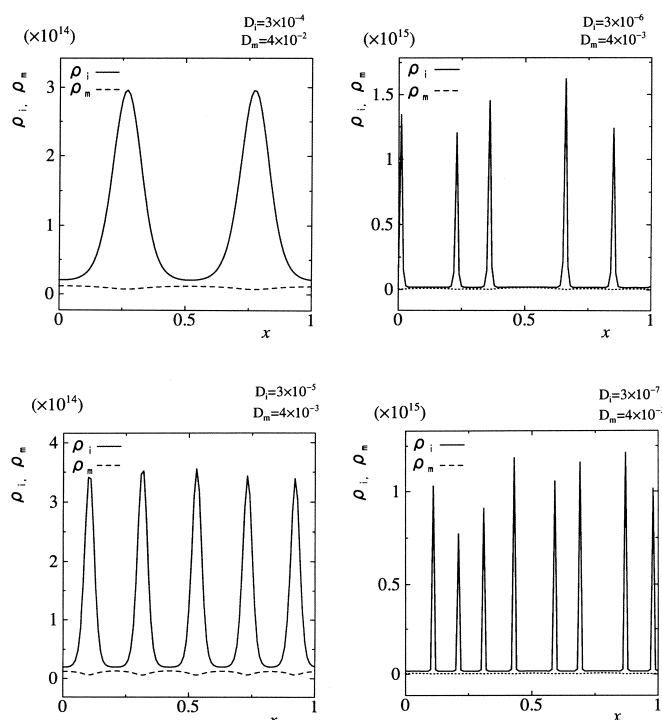


図14 パターンニングの拡散係数依存性⁴⁾

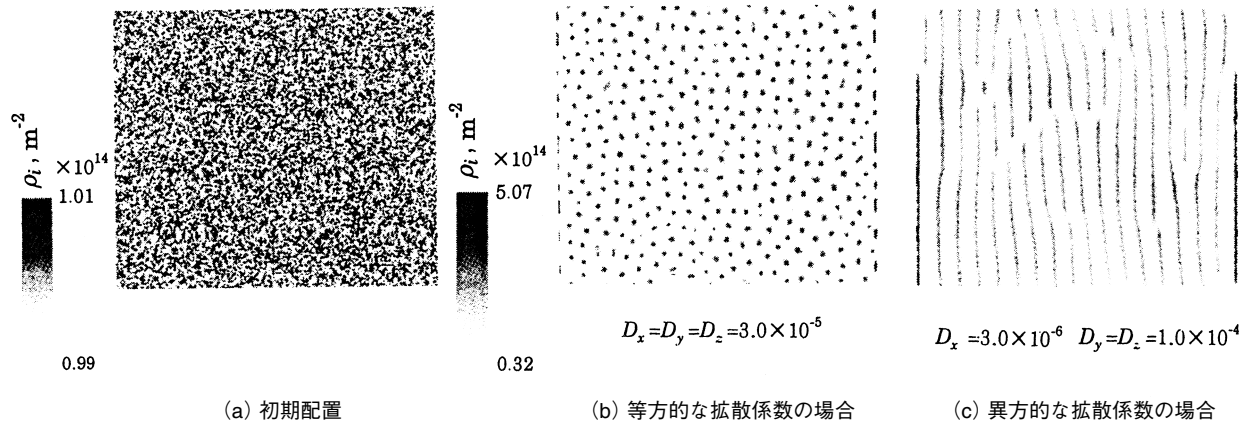


図15 CA法による2次元パターンニング例⁴⁾

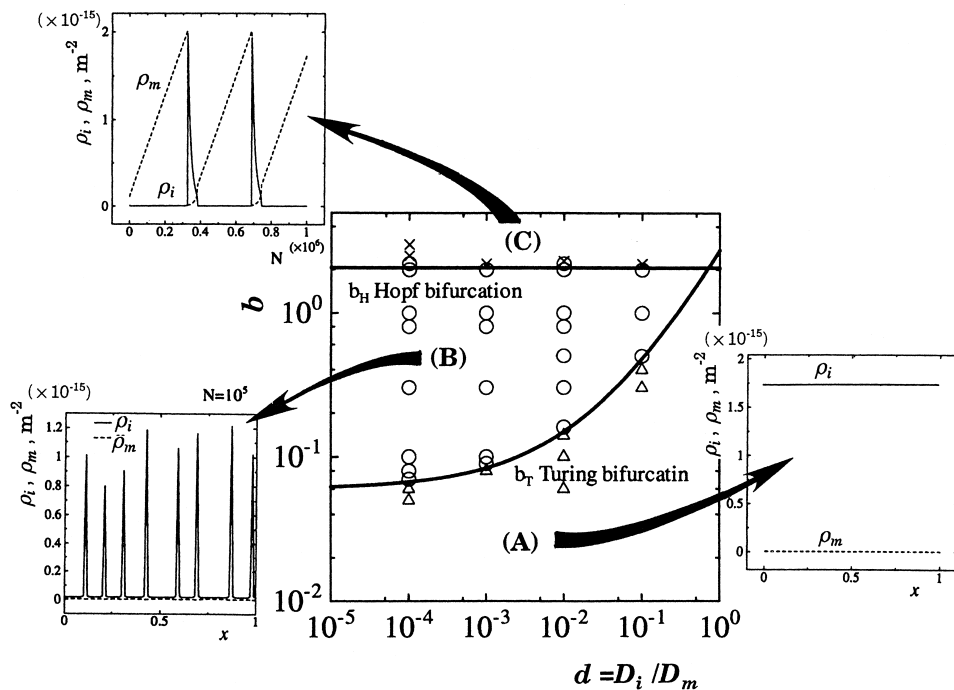


図16 CA法による時空間パターン様式と線形安定性解析との比較⁴⁾

は、欠陥が非常に多数相互作用した結果としての集団化学挙動の理解と、連続体としての認識を前提にした従来のマクロな力学場との連結がなくてはならない。これらの動機付けが、昨今固体力学の分野で最も注目されているマルチスケールモデリング、あるいはマルチスケールアプローチの隆盛の引き金になっている。本稿は、その分野のごく一部についてまとめたものであり、この分野が今後より実用的な観点へと大きく展開することを期待している。

なお、2章の解析は大阪大学大学院修士学生藤井 敦(現、日本製紙(株))、3章は五十嵐秀樹(現、村田機械(株))によるものである。また、本研究の一部は、文部科学省科学研究費補助金基盤研究(B)(2)(15360054)の援助によるもの

である。ここに謝意を表する。

参考文献

- 1) 星出敏彦：材料，52 (2003) 2，210.
- 2) 日本材料学会編，金属材料疲労強度&疲労き裂進展抵抗データ集&データベース，<http://www.jsms.jp>
- 3) P. J. E. Forsyth：The physical Basis of Metal Fatigue，Black & Son Ltd.，London，(1969)，中沢 一，小林英男共訳：金属疲労の基礎，養賢堂，(1975)
- 4) Y. Shibutani：Mat. Sci. Res. Int.，5 (1999) 4，258.
- 5) 古典的な著書として，M. Klesnil and P. Lukas：Fatigue of Metallic Materials，Elsevier Sci. Pub.

- Comp., (1980), 荒木 透, 堀部 進共訳: 金属疲労の力学と組織学, 養賢堂, (1984)
- 6) 最近の文献例として, Y. Kaneko and S. Hashimoto : IUTAM Symposium on Mesoscopic Dynamics of Fracture and Materials Stregnth, eds. by H. Kitagawa and Y. Shibutani, (2004), 13.
- 7) D. Walgraef and E. C. Aifantis : Int. J. Engng. Sci., 23 (1985), 1351.
- 8) D. Walgraef and E. C. Aifantis : Int. J. Engng. Sci., 23 (1985), 1359.
- 9) D. Walgraef and E. C. Aifantis : Int. J. Engng. Sci., 23 (1985), 1365.
- 10) D. Walgraef and E. C. Aifantis : Int. J. Engng. Sci., 24 (1985), 1789.
- 11) M. V. Glazov and C. Laird : Acta Metall. Mater., 43 (1995), 2849.
- 12) A. N. Gulluoglu, D. J. Srolovitz, R. LeSar and P. S. Londahl : Scripta Metall., 23 (1989), 1347.
- 13) R. J. Amodeo and N. M. Ghoniem : Phys. Rev. B, 41 (1990), 6958.
- 14) R. J. Amodeo and N. M. Ghoniem : Phys. Rev. B, 41 (1990), 6968.
- 15) E. van der Giessen and A. Needleman : Modelling Simul. Mater. Sci. Eng., 3 (1995), 689.
- 16) A. Nakatani, H. Kitagawa and M. Sugimoto : Mesoscopic Dynamics of Fracture, eds. by H. Kitagawa, T. Aihara Jr. and Y. Kawazoe, Springer (1998), 143.
- 17) M. Tang, L. P. Kubin and G. R. Canova : Acta Mater., 46 (1998), 3221.
- 18) P. Hahner : Scripta Materials, 34 (1996), 435.
- 19) P. Hahner, B. Tuppelt and C. Holste : Acta Mater., 46 (1998), 5073.
- 20) D. Sangi, E. A. Steck and S. Bross : Acta Mechanica, 132 (1999), 93.
- 21) H. Y. Wang, R. LeSar and J. M. Rickman : Phil. Mag. A, 78 (1998) 6, 1195.
- 22) H. Y. Wang, R. LeSar and J. M. Rickman : Phil. Mag. A, 71 (1995) 1, 149.
- 23) H. M. Zbib, M. Rhee and J. P. Girth : Int. J. Mech. Sci., 40 (1998) 2-3, 113.
- 24) 長谷部忠司: 日本機械学会第14回計算力学講演会講演論文集, (2001), 87.
- 25) 西館数芽, 西川清: 自然現象の数値モデル化, トッパン, (1997)
- 26) 藤本 敦, 松下将明, 志澤一之: 日本機械学会第15回計算力学講演会講演論文集, (2002), 149.
- 27) T. Hasebe : 文献6), 381.
- 28) 加藤恭義, 光成友孝, 築山洋: セルオートマトン法, 森北出版, (1998)
- 29) 三池秀敏, 森義仁, 山口智彦: 非平衡系の科学III, 講談社サイエンティフィック, (1997), 144.
- 30) 三池秀敏, 森義仁, 山口智彦: 非平衡系の科学I, 講談社サイエンティフィック, (1997), 189.
- 31) 文献30), 168.

(2004年9月6日受付)