入門講座
鋼の凝固入門－6

凝固シミュレーションⅠ：マクロ伝熱・流体の数値解析の基礎

Solidification Simulation I : Fundamentals of Numerical Simulation for Macroscopic Flow and Heat Transfer

東北大学 助教 平田直哉 Naoya Hirata
東北大学 教授 安斎浩一 Koichi Anzai

1 はじめに

鋼の凝固現象は大変複雑で、未だにその全容が解明されたとはいえない状況である。しかし、鋼の凝固問題をマクロな伝熱・流体問題に置き換えることで、数値解析等により工学的に有用な情報を得ることができることはよく知られている。一般論としての伝熱工学・流体力学問題[1–10)]ばかりでなく、金属の凝固に着目した伝熱・流体の理論および数値解析法に関する文献[11–17)]も多数存在している。著者らの一人は、凝固解析の黎明期である1980年代の初めに実用合金の凝固・湯流れ問題の数値解析に関する研究・開発に関与する機会を得た。その後、複雑三次元形状鋳物の大規模凝固解析に適用可能な数値解析コードの開発やプリ・ポストを完備したCAEシステムの開発等に携わってきた[18,19)]。また、初歩的な内容ではあるが、湯流れ問題を数値解析するための解説やソースコードの公開[20–22)]もしてきたので、ご興味のある方はご参照いただきたい。

現在では、鋼のマクロな伝熱・流体問題に適用可能な汎用コードが市販されており、数値解析ツールを自作しなければならない状況にはない。しかし、ここに汎用コードを利用する上で前提となる基本的な考え方を整理してまとめておくことは、ブラックボックスである汎用コードを利用した解析を実効あるものとするために役立つと思われる。本稿では、著者らが係わってきた狭い範囲に限定した内容ではあるが、鋼のマクロな凝固問題を数値解析する際に役に立つと思われる事項について簡単に解説する。

2 連続体モデルの基礎式

マクロな伝熱・流体解析の基礎式は、いわゆる連続体の力学として体系づけられている[23–27)]。基本となるのは質量、運動量およびエネルギーの保存則である。Fig.1に示すような連続体内の検査体積Vに各種保存則を適用したとき、いずれの場合も次式が成り立つ。

（単位時間当たりの各種保存量のV内での実質的な増加量）＝
（単位時間に検査体積V内で発生している物理量）－
（単位時間に検査面積Sを通してV外に流出する量）………（1）

各種保存量に（1）式を適用することで、（2）式に示される積分方程式が得られる。また、これらの積分方程式に（3）式で示されるガウスの積分定理を適用することで、（4）式に示される微分方程式が得られる。ただし、ここでは話を簡単にするために物質の非圧縮性を仮定する。また、液相と固相が混在する状態を扱うため、厳密には液相の物性と固相の物性を区別して扱うべきだが、ここでは物性値は一定を仮定する。より厳密な取り扱いは、文献[14)]等を参照していただきたい。

$$\left.\begin{array}{ll}\int_S v_n dS = 0 & \text{（質量保存）}\\ \int_V \frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} dV = \frac{1}{\rho}\int \boldsymbol{\sigma n} dS + \int \boldsymbol{b} dV & \text{（運動量保存）}\\ \int_V \frac{D\varepsilon}{Dt} dV = \frac{1}{\rho}\int tr\left(\boldsymbol{\sigma D}\right) dV - \int_S q_n dS + \int_V r dV & \text{（エネルギー保存）}\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots (2)$$

$\boldsymbol{v}$：速度ベクトル[m/s]、$\boldsymbol{n}$：S上の法線ベクトル[-]、ρ：密度[kg/m^3]、$v_n = \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n}$：$S$上の法線方向速度成分[m/s]、$\boldsymbol{\sigma}$：

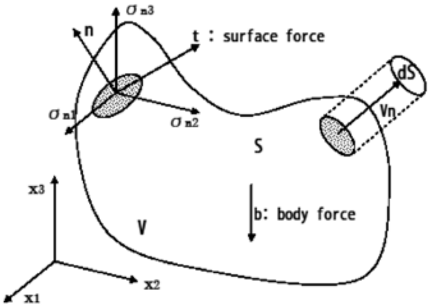

Fig.1 Control volume V bounded by control surface S.

コーシー応力テンソル[Pa]、$\boldsymbol{b}$：物体力[N/kg]、ε：内部エネルギー[J/kg]、$\boldsymbol{q}$：熱流束ベクトル[W/m^2]、q_n=$\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{n}$：$S$上の法線方向熱流束成分[W/m^2]、$r$：発熱量[J/kg・s]、$\frac{D}{Dt}$：物質微分、$\boldsymbol{L}$(=grad$\boldsymbol{v}$)：速度こう配テンソル[1/s]、$\boldsymbol{D}\left(=\frac{1}{2}(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{L}^t)\right)$：ストレッチング [1/s]、tr：テンソルの跡、$\boldsymbol{L}^t$：テンソル$\boldsymbol{L}$の転置

$$\left.\begin{aligned} &\int_S v_n dS = \int_V \mathrm{div}\boldsymbol{v} dV \\ &\int \boldsymbol{\sigma n} dS = \int_V \mathrm{div}\boldsymbol{\sigma} dV \\ &\int_S T\boldsymbol{n} dS = \int_V \mathrm{grad} T dV \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

div$\boldsymbol{v}$：速度ベクトル$\boldsymbol{v}$の発散、T：温度、

grad$T$：温度Tのこう配

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{div}\boldsymbol{v} = 0 \\ &\frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} = \frac{1}{\rho}\mathrm{div}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{b} \\ &\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{1}{\rho}\mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma D}) - \frac{1}{\rho}\mathrm{div}\boldsymbol{q} + r \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

以上得られた積分方程式並びに微分方程式は、連続体近似が成り立つあらゆる物体に対し有効である。なお (2) 式および (4) 式の右辺第1項は変形による発熱項で、鋼のマクロな伝熱・流体問題を解く際は通常無視される。物質による違いは、次に示す構成方程式等により考慮される。

2.1　構成方程式

2.1.1　粘性流体

(1) ニュートン流体

ニュートン流体は、連続体に発生する応力場がストレッチングテンソルに比例するという次式で定義される。

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\boldsymbol{I} + 2\mu\boldsymbol{D} \tag{5}$$

ここに、pは静水圧 [Pa] である。$\boldsymbol{I}$は、単位テンソル。

(2) 非ニュートン流体[28)]

ニュートン流体として近似できない流体は多種類存在する。一例をあげると、べき乗則擬塑性流体は次式で定義される。

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{\sigma} = -p\boldsymbol{I} + 2\mu'\boldsymbol{D} \\ &\mu' = \eta_0\left[\frac{\mathrm{tr}\left(\boldsymbol{D}^2\right)}{2}\right]^{\frac{n-1}{2}} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

η_0：ゼロせん断粘度 [Pa・s]、n：無次元指数 ($0<n<1$)

一般に利用されているいわゆるナビエ・ストークスの式は、ニュートン流体を仮定して誘導されている。しかし、合金の凝固時などには固液共存領域が存在するため、マクロな解析においては、いわゆる「みかけの粘性」を考慮しなければならない。半凝固鋳造法では、固相を微細な球形粒子として加工性を向上させることから、非ニュートン流体 (例えば、擬塑性流体) としての取り扱いが必要となる。以上の議論から明らかなように、ナビエ・ストークスの式中の粘性μのみを (6) 式中のμ'で置き換えた式は、粘性の空間勾配を無視した式であることに注意が必要である。

2.1.2　熱伝導・熱伝達・ふく射

(1) フーリエの熱伝導法則

通常の固体内部の熱伝導は、熱流束ベクトルが温度勾配に比例するというフーリエの法則に良く従う。

$$\boldsymbol{q} = -\lambda \mathrm{grad} T \tag{7}$$

λ：熱伝導率 [W/m・K]

ただし、透明な物質の場合は、後述するふく射による伝熱も考慮する必要があるので注意が必要である。

(2) ニュートンの冷却法則

固・固界面、固・液界面等の伝熱は、一般に熱伝導・ふく射・対流の複合現象となるため大変複雑であるが、工学的な近似として次式で示される熱流束が温度差に比例するというニュートンの冷却法則が良く用いられる。

$$q_n = h(T - T_0) \tag{8}$$

h：熱伝達係数 [W/m^2・K]、T_0：外部温度 [K]

(8) 式中の熱伝達係数の値には、さまざまなモデルが提案されている。いずれにしても熱伝導率と違って物質固有の値ではなく、さまざまな状況により変化させなければならない工学パラメータであることに注意する必要がある。いわゆるフィッティングパラメータの一つである。

(3) ステファン・ボルツマンのふく射法則

ふく射熱流束は、温度の4乗に比例する。

$$q = \varepsilon\sigma F T^4 \tag{9}$$

ε：ふく射率 [-]、

σ：ステファン・ボルツマン定数 [W/m^{2}K^4]、

F：形態係数 [-]

実際の解析に際しては、形態係数Fの計算に多くの手間を必要とする。扱っている問題に合った輻射率の採用も簡単ではない。そのため、ふく射の効果を熱伝達係数に含めて考慮する場合も多い。

3 凝固問題の取り扱い

マクロな立場での凝固問題の取り扱いは、一般に、凝固・融解時の潜熱の発生・吸収を伝熱解析の中で考慮する方法による。凝固核の発生とその成長や過冷現象等を考慮する凝固解析方法については、文献[29–31]等を参照していただきたい。

3.1 エンタルピー法

ここでは、内部エネルギーεはエンタルピーHに等しいとし、(10) 式を仮定する。エンタルピー法は、エネルギー保存則から得られる基礎式に (10) 式を代入して数値解析する方法である。簡便ではあるが、エンタルピーと温度の関係を事前に与える必要がある。

$$\varepsilon = H = cT + (1 - f_s) L_f \qquad (10)$$

H：エンタルピー［J/kg］、

c：比熱［J/kg･K］、L_f：凝固潜熱［J/kg］、

f_s：固相率［-］

3.2 温度回復法

この方法は、まず凝固潜熱が発生しない条件で微小時間増分間の温度変化を数値解析し、その後に析出した固相から放出される凝固潜熱に相当する分だけ、(11) 式により温度を補正する方法である。この方法は汎用性が有り、凝固偏析等により液相線温度が変化していく現象にも適用可能である。(11) 式中の固相率勾配は、熱力学計算ソフトウェア等を利用することで、算出可能である。凝固偏析を考慮したミクロ・マクロ凝固シミュレーション法については、及川らの文献[32]を参照していただきたい。

$$T = T' + \frac{L_f}{c}\Delta f_s = T' + \frac{L_f}{c}\left(\frac{df_s}{dT}\right)\Delta T \qquad (11)$$

T'：凝固潜熱が発生しない時の温度［K］、

ΔT：凝固を考慮した時の温度変化［K］、

T：凝固を考慮した時の温度［K］

4 数値解析法

数値解析においては、精度よく解析できるアルゴリズムを採用することが重要ではあるが、安定に数値解析できることが大前提である。どのような数値解析法であっても、計算点（節点）を空間にどのように配置するかによって計算精度は変化する。一般論としては、節点数を増やせば増やすほど計算精度は高くなるが計算時間がかかる。差分法・有限体積法のように空間を分割する必要がある方法では、いわゆる要素分割[33]を自動もしくは半自動的に行えるプリ（プロセッサー）の利用が不可欠で、プリの使いこなしも実際上は重要である。基本は、計算の対象としている物理量の空間勾配値が大きいところには多くの節点を配置させることだが、流体問題では自由表面や渦などの非定常的な移動を伴うため事前に設定困難な場合が多く、等分割を基本とせざるを得ない場合が多い。また、物理的に不安定な現象は数値解析上も不安定で有り、精度を犠牲にして安定に数値解を求めることを優先させる場合がある。

伝熱・流体問題の数値解析によく用いられる有限体積法は、解析対象とする空間を分割して得られる微小な領域（セルもしくは要素と呼ぶ）に対し (2) 式を適用して得られる次式を基礎式とする。

$$\left.\begin{aligned} \frac{DT'}{Dt} &\approx \frac{\alpha}{\rho V}\int_S (\mathrm{grad}T)\cdot \boldsymbol{n}dS \\ \frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} &\approx -\frac{1}{\rho}\int p\boldsymbol{n}dS + \nu\int\left(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{L}^t\right)\boldsymbol{n}dS + \boldsymbol{b} \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

$\nu \ \left(=\dfrac{\mu}{\rho}\right)$：動粘性係数［$m^2/s$］

一方、テーラー展開差分法と呼ばれる数値解析法は、微分方程式である (4) 式を基礎式とする。要素の中心に節点がある直交要素を用いた場合には、有限体積法と差分法は同等のアルゴリズムとなることがわかっている。

一般に、金属の凝固問題を差分法・有限体積法で解析する際には、空間に検査体積Vを固定したEulerian座標系を用いる。一方、後述する粒子法では物質に着目したLagrangian座標系を用いる。物質の空間移動が無い場合は両者の結果は一致する。両者を組み合わせたALE（Arbitrary Lagrangian Eulerian）法も知られている[34]。

2章で導出した運動量保存則中に現れる物質微分は、Eulerian座標を用いると次式となる。

$$\left.\begin{aligned} \frac{DT'}{Dt} &= \frac{\partial T'}{\partial t} + (\mathrm{grad}T')\cdot\boldsymbol{v} \\ \frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} &= \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\mathrm{grad}\boldsymbol{v})\boldsymbol{v} \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

この式には、移流項と呼ばれる非線形項である速度と速度勾配の乗算が含まれている。移流項は特異性が空間を伝播する物理現象を表しており、空間に固定したEulerian座標系を用いて高精度に評価するためにはCIP法[35,36]等の工夫が必要である。通常は、精度は悪いが安定に解析可能な風上差分法等で考慮する場合が多い。移流項の数値解析法については文献[8]等を参照されたい。

また、基礎式には時間微分項を含むため、非定常解を得るためには時間に関し数値的に積分する必要がある。時間積分法にも様々な方法が知られているが、基礎式中に非線形項を含むために基本的に微小な時間増分を採用しないと安定に解析ができない場合には、単純な前進Euler法が有効である。

ただし、Time-marching法により定常解を求める場合には、計算高速化のために大きな時間増分を用いても安定に解析可能なCrank-Nicolson法等を採用することが望ましい。高次の時間積分法については文献[36] 等を参照されたい。

いずれの数値解析法であっても、最終的には全ての計算点（節点）における物理量を、離散化された時間において数値的に求めてゆく問題に帰着される。物理量をどの時刻で評価するかで、漸化式となったり連立方程式となったりする。

流れ場の支配方程式中には、圧力と速度ベクトルが未知変数として含まれるため、基礎式を連立させながら数値解析するには工夫が必要である。SIMPLE法、SIMPLER法等の定常解析法については文献[6,7] を、MAC法、SMAC法、SOLA法等の非定常解析法については文献[8,20–22] 等を参考にしていただきたい。

最後に、近年製鋼プロセス分野においても注目されてきている粒子法[37] について紹介する。差分法や有限体積法では空間を分割して計算要素としたのに対し、粒子法では物体を離散化し計算要素とする。現在用いられている粒子法の主なものは、SPH（Smoothed Particle Hydrodynamics）法とMPS（Moving Particle Semi-implicit）法が挙げられる。粒子法の計算要素は、空間内に自由に配置・移動できるため形状自由度が高く、流体の飛散・合体や多相・多領域問題に適する。また様々な現象のモデル化・連成が容易であるため、製鋼プロセスにおいて生じる複雑・複合現象の連成解析において有力な手法のひとつとして期待されている。これまでに粒子法を金属の湯流れ・凝固問題に適用した例としては文献[38–45] 等を参照されたい。なお、粒子法の計算結果は球状要素を用いて表示することが多いが、粒子法における計算要素はある一定質量を持つ物質の代表点であるため、本質的には形状情報は持たないことに注意する必要がある。

ここで、著者らが用いているMPS法を中心に、粒子法の計算手法について簡単に紹介する。MPS法では、勾配やラプラシアンといった演算は、近隣要素との要素間相互作用を求めることで評価する。相互作用する要素は一定の有効半径内の要素に限定し、それらの要素間の相互作用の重み付き平均により計算を行う。MPS法では相互作用の重み付き平均を求める際に、重み関数w（たとえば次式）を用いる。

$$w(r, c_k r_0) = \begin{cases} \dfrac{40}{7\pi c_k^2}\left(1 - \dfrac{6}{c_k^2} + \dfrac{6}{c_k^3}\right) & (0 \le r < 0.5 c_k r_0) \\ \dfrac{10}{7\pi c_k^2}\left(2 - \dfrac{2}{c_k}\right)^3 & (0.5 c_k r_0 \le r < c_k r_0) \\ 0 & (c_k r_0 < r) \end{cases} \quad \cdots\cdots (14)$$

ここでrは要素i,j間の距離、$c_k r_0$は相互作用の有効半径である。MPS法では従来法における差分法などにおいて空間解像度を表す格子幅に相当する長さとして、要素代表長さr_0を用いる。相互作用の有効半径は、要素代表長さとの比によって表し、係数をc_kとする。

相互作用の重み付き平均を求めるためには、要素数密度とよばれる重み関数の和を用いる。要素iにおける要素数密度n_iは次式で与えられる。

$$n_i = \sum_{i \ne j} w\left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|, c_k r_0\right) \quad \cdots\cdots (15)$$

ここで$\boldsymbol{r}_i$および$\boldsymbol{r}_j$は要素i,jの座標を示す位置ベクトルである。物体の十分内部にある要素（重み関数の有効半径$c_k r_0$内に自由表面がない要素）の要素数密度を特にn_0と標記する。要素数密度は要素の分布密度を表しており、MPS法においては各要素においてn_i=n_0を満たすように計算を進めることで非圧縮性を満足させる。

MPS法では、要素間相互作用モデルを用いて微分方程式の離散化を行う。2つの要素i,jが、それぞれ位置ベクトル$\boldsymbol{r}_i, \boldsymbol{r}_j$、スカラー量、$\phi_i$, ϕ_jを保持している場合を考える。このとき、要素iにおける勾配およびラプラシアンを計算するための要素間相互作用モデルは以下の式で表される。

$$\nabla \varphi_i = \frac{d}{n_i} \sum_{i \ne j} \frac{\left(\varphi_i - \varphi_j\right)}{\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|} \cdot \frac{\left(\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right)}{\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|} w\left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|, c_k r_0\right) \quad \cdots\cdots (16)$$

$$\nabla^2 \varphi_i = \frac{2d}{n_i} \sum_{i \ne j} \frac{\left(\varphi_i - \varphi_j\right)}{\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|^2} w\left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|, c_k r_0\right) \quad \cdots\cdots (17)$$

式（16）を勾配モデル、式（17）をラプラシアンモデルとよぶ。ここでdは空間の次元数である。

また、（18）式によりr_0の温度依存性を考慮することで鋳物の収縮の表現が可能となる。

$$r_{0,i} = \left(\frac{M_i}{\rho_i}\right)^{1/d} \quad \cdots\cdots (18)$$

ここで$r_{0,i}$、M_iおよびρ_iは要素iの代表長さ（m）,質量（kg）および密度（kg/m^3）、dは空間の次元数である。要素はある一定の質量を保持すると仮定して、密度の温度依存性を定義することにより、要素代表長さの温度依存性を（18）式を用いて計算する。MPS法では、異なる代表長さの要素が混在する場合においても、重み関数に（19）式を用いることで、r_0の変化に伴う有効半径の変化、n_i=n_0となる要素の空間分布を考慮でき、凝固収縮をはじめとする体積変化を表現できる。

$$w_i = \frac{r_{0,j}^d w\left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|, c_k r_{0,i}\right) + r_{0,i}^d w\left(\left|\boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i\right|, c_k r_{0,j}\right)}{2 r_{0,i}^d} \quad \cdots\cdots (19)$$

5 計算例

5.1 凝固解析の例

(11) 式を利用して凝固・融解問題を解く際の一例を (20) 式に示す。ただし、実質的な凝固量・融解量を見積もるためには、$\Delta T'$として凝固区間内に相当する温度変化量のみを考慮して与える必要がある。また、過剰な凝固量・融解量とならないように、Δf_sを$0 \leqq f_s + \Delta f_s \leqq 1$を満たすように補正する。(20) 式は、純金属の凝固・融解問題にも適用可能である。

$\frac{df_s}{dT}$ = 一定 = $\frac{df_s}{T_l - T_s}$を仮定すると、

$$\left.\begin{aligned} \Delta T &= \frac{dT}{df_s}\Delta f_s = -\left(T_l - T_s\right)\Delta f_s \\ \Delta f_s &= -\frac{c}{L_f + c\left(T_l - T_s\right)}\Delta T' \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

ΔT：凝固を考慮した時の温度変化量、

$\Delta T'$：凝固を考慮しない時の温度変化量

5.2 粒子法の例

粒子法による非圧縮性流体解析法について、著者らが用いているMPS法をベースに簡単に紹介する。なお、ここでは乱流モデルについては取り扱わない。乱流モデルについての詳細は文献[46]等を参照いただきたい。

基礎式は、(4) 式に示す微分方程式である。MPS法では、(4) 式を要素間相互作用モデルを用いて離散化し、半陰解法である予測子・修正子法を適用することで流動解析を行う。差分法と異なる点は主に次の2点である。ひとつは、差分法では予測子において仮の速度を求めるが、MPS法では仮の位置も求めるため、修正子においては速度の修正に加えて位置の修正も行う。もうひとつは、圧力のポアソン方程式のソース項に速度の発散ではなく、次式で表される要素数密度条件を用いることである。

$$\nabla^2 p^{k+1} = -\frac{\rho}{\Delta t^2}\frac{n^* - n_0}{n_0} \tag{21}$$

ここでn^*は仮の要素数密度で、予測子における仮の位置r^*を用いて (15) 式により算出する。差分法では仮の速度の発散がゼロになるように圧力を求めて速度を修正するが、MPS法では仮の要素数密度n^*を一定値n_0に修正するように圧力を求め、速度・位置を修正する。

自由表面を有する流れでは、自由表面に相当する要素 (以後、表面要素とよぶ) の圧力を一定 (ゼロ) とする。その際の自由表面判定には、要素分布が疎となる表面では要素数密度が低下することを利用し、以下の式を用いる。

$$\frac{n_i}{n_0} < \beta \tag{22}$$

βは一般に0.9から0.99程度の値を用いる。

最後に、粒子法による湯流れ・凝固連成解析の鋳造問題への適用例を示す。差分法や有限体積法をはじめとするオイラー系格子法をもとにして凝固・引け巣形成解析を行う際は、一般に湯流れ・伝熱解析結果を引き継いで開始しており、注湯からの湯流れの影響を直接かつ同時に考慮した引け巣形成挙動の解析例はほとんどない。ここでは粒子法を用いて注湯速度を変化させた湯流れ・凝固連成解析を行い、注湯中の凝固も考慮した凝固収縮挙動および引け巣形状に及ぼす影響を解析した結果を紹介する。

ここでは内径40mm、高さ80mmの円筒型純アルミニウム鋳物を鋳鉄鋳型を用いて作製する場合を考える。要素代表長さはr_0=0.004mとした。鋳型中央上部に96mm^{2}の断面積の流入口を設置し、流入速度u_{in}=0.2m/sもしくは0.05m/sで流入させる。液相密度を2500kg/m^3、固相密度を2700kg/m^{3}とし、融点を下回った要素はこの密度に従って要素代表長さを変化させ、空間に固定することで凝固および収縮を表現した。

注湯から凝固完了までの固相率分布をFig.2および3に示す。Fig.2はu_{in}=0.2m/sの場合で、注湯開始直後のFig.2 (a) の時点で底面角部の凝固が開始している。時間が経過するにつれ、低温の鋳型と接する上部から凝固していき (Fig.2 (c))、ブリッジングが形成する (Fig.2 (e))。最終的にはブリッジングにより複数に分断された縦長の引け巣となった (Fig.2 (f))。一方Fig.3はu_{in}=0.05m/sの場合で、注湯中から固相が生じている様子が見て取れる (Fig.3 (b))。注湯完了後には既に底部の凝固・収縮が進行しており (Fig.3 (c))、凝固終盤までブリッジングは形成しない (Fig.3 (e))。最終的にはブリッジングも見られたが、分離された内引けは小さいものであった (Fig.3 (f))。また注湯中にすでに凝固収縮が生じていた影響で、u_{in}=0.2m/sの場合と比べて鋳物の高さも2mm程度低かった。

最終的な引け巣形状をFig.4およびFig.5に示す。Fig.4はu_{in}=0.2m/sの場合、Fig.5はu_{in}=0.05m/sの場合である。またFig.4および5の (a) は要素数密度分布、(b) はPOV-RAY 3.6を用いたレイトレーシングによる可視化結果である。注湯速度が引け巣の深さ、大きさ、形状に及ぼす影響を明確に見て取ることができた。

ここに示したように、粒子法は物体の移動・変形・変態といった複雑・複合現象をより直接的に表現することに適した手法である。製造プロセスにおける複雑・複合現象の解析において、さらに複雑な現象との相互作用を考慮する際、粒子法は極めて強力な解析技術となることが期待できる。

6 おわりに

以上、著者らの経験に基づいたマクロな伝熱・流体の数値

解析法の基礎について簡単に述べた。紙面の関係で、すでによく知られている多くの事項については、既公開の文献を参照するに止めたが、本解説を本格的な解説書に取り組むための入門としてご利用いただければと願っている。近年では、鋳造プロセスパラメータの最適化のためにブラックボックスである汎用伝熱・流体解析コードを利用する機会が多いが、採用されている数値解析の原理原則を知ることで、利用している汎用コードの適用限界を知ると同時に、現実的な使いこなし術を身につけることが求められている。現行法である有限差分法、有限体積法、有限要素法等の適用限界も見えつつあることから、粒子法等の新規な数値解析手法の発展にも注目していく必要があるだろう。

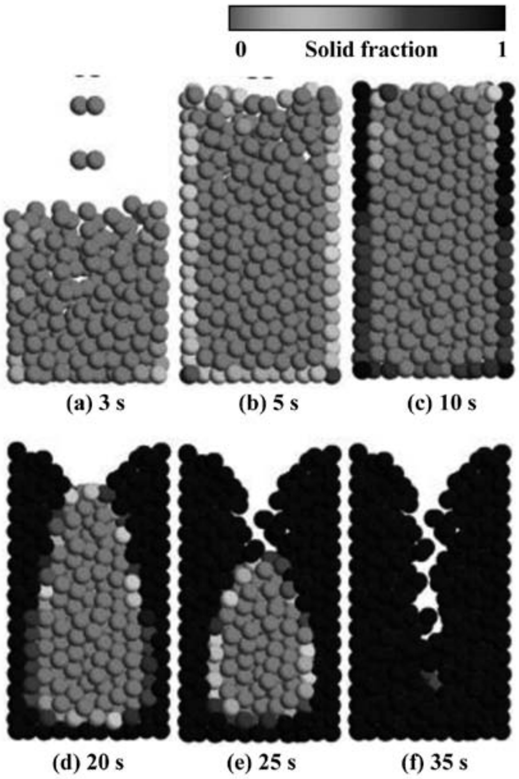

Fig.2　Calculated shrinkage formation behavior : u_{in} = 0.2 m/s.

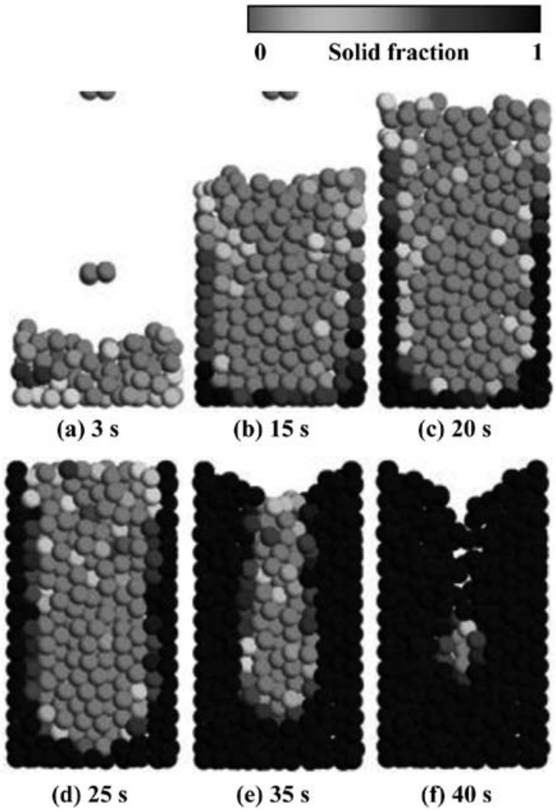

Fig.3　Calculated shrinkage formation behavior : u_{in} = 0.05 m/s.

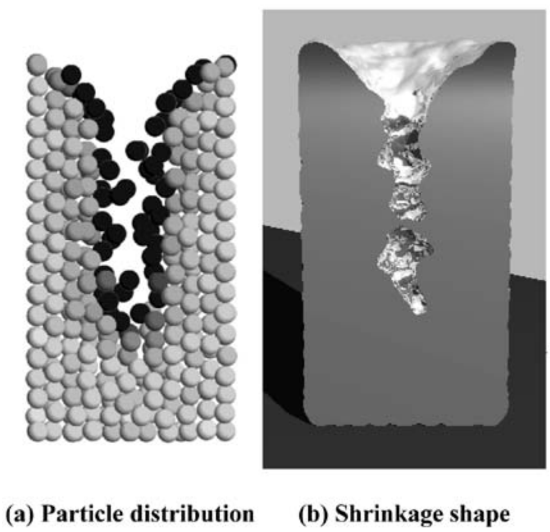

Fig.4　Particle distribution and shrinkage shape in the case of u_{in} = 0.2 m/s.

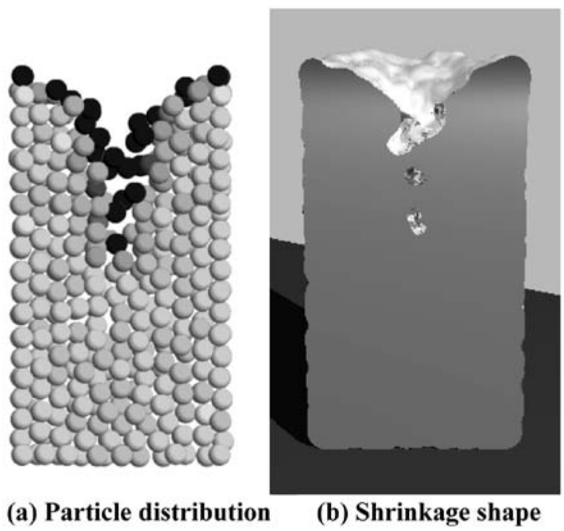

Fig.5　Particle distribution and shrinkage shape in the case of u_{in} = 0.05 m/s.

参考文献

1）齋藤武雄：移動境界伝熱学, 養賢堂,（1994）
2）日野幹雄：流体力学, 朝倉書店,（1992）
3）高木隆司：現代人の物理2 流れの物理, 朝倉書店,（1992）
4）香月正司, 中山顕：熱流体の数値シミュレーション 基礎からプログラムまで, 森北出版,（2007）
5）C. A. J. フレッチャー, 澤見英男 訳：コンピュータ流体力学, シュプリンガー・フェアラーク東京,（1993）
6）スハス V. パタンカー 原著, 水谷幸夫, 香月正司 訳：コンピュータによる熱移動と流れの数値解析, 森北出版,（1985）
7）数値流体力学［第2版］, 松下洋介ら訳, 森北出版,（2011）
8）桑原邦郎, 河村哲也：流体計算と差分法, 朝倉書店,（2005）
9）登坂宣好, 矢川元基：計算力学［IV］自由・移動境界問題の近似解析, 養賢堂,（1995）
10）高橋亮一：コンピュータによる流体力学＜演習＞第4版, 発行：構造計画研究所, 発売：（株）企画センター,（1991）
11）J.Szekely J.W.Evans and J.K.Brimacombe：THE MATHEMATICAL and PHYSICAL MODELING of PRIMARY METALS PROCESSING OPERATIONS, John Willy & Sons,（1988）
12）新山英輔：鋳造伝熱工学, アグネ技術センター,（2005）
13）大中逸雄：コンピュータ伝熱・凝固解析入門, 丸善,（1985）
14）J.A.Dantzig and M.Rappaz：SOLIDIFICATION, CRC Press,（2009）
15）M.E.Glicksman：Principles of Solidification, Springer,（2011）
16）D.Mazumdar and J.W.Evans：MODELING OF STEELMAKING PROCESSES, CRC Press,（2010）
17）M.Rappaz M.Bellet and M.Deville：Numerical Modeling in Materials Science and Engineering, Springer,（2003）
18）安斎浩一, 新山英輔, 内田敏夫, 細金晶子：砂型鋳物用凝固シミュレーションの実用化技術, 鉄と鋼, 71（1985）, 1319.
19）安斎浩一, 内田敏夫：非定常熱伝導問題の高速差分解析法, 日本機械学会論文集（B編）, 57（1991）, 1434.
20）安斎浩一：自由表面の移動を伴う非定常流れの数値解析法, 鋳物, 64（1992）, 410.
21）安斎浩一：流れシミュレーションの基礎, 軽金属, 44（1994）, 57.
22）安斎浩一：コンピュータシミュレーション入門 IV湯流れシミュレーション入門, 鋳造工学, 73（2001）, 698.
23）ハンス・ツィーグラー, 原著 田中正隆, 田中喜久昭 訳：連続体の熱・力学入門, 森北出版,（1981）.
24）D.C.リー 著 村上澄男 訳：非線形連続体力学, 共立出版,（1975）
25）徳岡辰雄, 杉山勝：有理連続体の力学の基礎, 共立出版,（1999）
26）京谷孝史：よくわかる連続体力学ノート, 非線形CAE協会編, 森北出版,（2008）
27）清水昭比古：連続体の話法 流体力学 材料力学の前に, 森北出版,（2012）
28）中村喜代次：非ニュートン流体力学, コロナ社,（1997）
29）齊藤良行：組織形成と拡散方程式, コロナ社,（2000）
30）高木知弘, 山中晃徳：フェーズフィールド法, 養賢堂,（2012）
31）小山敏幸：材料設計計算工学 計算組織学編 フェーズフィールド法による組織形成解析, 内田老鶴圃,（2012）
32）及川勝成：凝固現象の基礎と数理IV ミクロ・マクロ偏析, ふぇらむ, 18（2013）, 631.
33）小国力, 河村哲也 訳：数値格子生成の基礎と応用, 丸善,（1994）
34）越塚誠一：インテリジェントエンジニアリングシリーズ 数値流体力学, 培風館,（1997）
35）矢部孝, 内海隆行, 尾形陽一：CIP法, 森北出版,（2003）
36）肖鋒, 伊井仁志, 小野寺直幸：計算流体力学 CIPマルチモーメント法による手法, コロナ社,（2010）
37）越塚誠一：計算力学レクチャーシリーズ 5 粒子法, 丸善,（2005）
38）一宮正和, 酒井譲：鋳造工学, 85（2013）, 481.
39）山崎伯公, 嶋省三, 恒成敬二, 林聡, 土岐正弘：鉄と鋼, 99（2013）, 593.
40）平田直哉, Y.M.Zulaida, 安斎浩一：鉄と鋼, 99（2013）, 167.
41）P.W.Cleary：Applied Mathematical Modelling 34,（2010）3189.
42）平田直哉, 安斎浩一：鋳造工学,80,（2008）,81.
43）平田直哉, 安斎浩一：鋳造工学, 83,（2011）, 259.
44）N.Hirata and K.Anzai：Mater.Trans., 52（2011）, 1931.
45）N.Hirata, Y.M.Zulaida and K.Anzai：IOP Conference Series：Materials Science and Engineering, 33（2012）, 012114.
46）柳瀬眞一郎, 百武徹, 河原源太, 渡辺毅 訳：乱流のシミュレーション LESによる数値計算と可視化, 森北出版,（2010）

（2013年12月4日受付）