

造粒と粉砕のモデリングと DEMシミュレーション

Modelling and DEM Simulation of the Granulation and the Grinding

東北大学
環境科学研究科
博士課程後期3年 石原真吾
Shingo Ishihara

東北大学
多元物質科学研究所
教授 加納純也
Junya Kano

はじめに

粉粒体は産業界の多くの分野で用いられており、原料の状態から中間加工を経て最終的に製品となって消費者の元に届けられるまでの一連のプロセスの中で、粉粒体と関係のない分野はないといっても過言ではない。鉄鋼業においても例外ではなく、原料となる鉄鉱石や石炭は粉粒体であり、安定的かつ高効率な操業を行うためには各プロセスにおける粉粒体の力学的な挙動や化学的な反応挙動を理解し、制御することが必要である。しかしながら、個々の粒子の衝突や摩擦が運動を支配する粉粒体の運動挙動は、本質的に不連続、不均質な現象であるため、数理的な取扱いが難しく、経験的な要素が強い分野といえる。3体以上の粒子の衝突を含む運動挙動に対しては一般的な解が存在しないことから、このような運動を解析するためには数値解析法やコンピュータモデルが必要になる。近年のコンピュータの発展に伴って、粉粒体の運動挙動をシミュレーションによって解析する手法が普及しつつあり、産業に応用する動きも出てきている。粉粒体挙動のシミュレーション法には、有限要素法¹⁾、オートマトン²⁾などの手法もあるが、現在最も広く用いられている手法は、離散要素法 (Distinct or Discrete Element Method : DEM)³⁾であろう。DEMは、1970年代にCundallが開発し、粒子群の各粒子に作用する全ての接触力をモデル化し、個々の粒子に対する運動方程式を逐次解くことで全体の挙動を解析する手法である。当初は岩盤力学をはじめとした土木の分野での応用に焦点が当てられていた。そのため、DEMを用いた研究報告の数は同分野で最も多くみられるが、シンプルなアルゴリズムや拡張性、また、離散体の性質を良好に表現可能であるといった特徴から徐々に応用分野が広がってきている⁴⁾。鉄鋼業における製鉄プロセスでは、ホッパーからの排出、炉

頂原料装入、炉頂偏析、レースウェイ、高炉内での原料降下などに適用例⁵⁻⁹⁾があり、高炉プロセスの解析に重要な役割を果たしている。反応場の直接観察や実験的検討に限界のある高炉プロセスにおいて、操業における様々な現象を理解するためには、DEMに代表される数値解析法によるアプローチは欠かすことができないが、現時点では計算対象となるのは高炉全体ではなく、一部の現象に着目した部分的な解析を行っている段階である。その要因として計算負荷の問題が挙げられ、現在の計算機の能力をもってしても実操業スケールでの数値解析は困難であり、局所的な解析、あるいは計算負荷を低減するためにモデル化された解析から全体を推定することが行われている。DEMでは、粒子間の接触力は、粒子相互の重なりをもとにして、バネやダッシュポット、摩擦スライダーからなるモデルを用いて計算し、発生した接触力から加速度を求め、微小時間における変位を算出し、粒子の位置を移動させることで漸次計算が進んでいく。微小時間における粒子の移動距離や重なりはごくわずかでなければならず、計算におけるタイムステップは非常に小さくとる必要がある。このような計算手法の特徴から、計算負荷が大きくなりやすく、扱える粒子数に限界があるという欠点がある。そのため、実用的な解析を行う際には、実際よりも大きな粒子を用いることで対象とする粒子数を減らしたり、バネ定数を小さく見積もることでタイムステップを大きくするなどして、計算時間を短縮するための対応がとられている。このような対応をとる際には、実現象との定量的な比較の上で適用する必要がある、計算精度と計算時間のトレードオフから決定される。DEMに限ったことではないが、数値解析を行う際には現象の本質をいかに捉えるかが最も重要であり、現象に対して支配的な影響を与えている因子を特定し、さほど影響がないであろう部分に関しては簡略化することで計算負荷との

折り合いをつける必要がある。

本稿では、DEMを造粒と粉碎操作に適用した際の解析事例を報告し、現状での課題や今後の展望についてまとめ、鉄鋼プロセスの解析にいかにもシミュレーションを活用していくのかについて述べる。

2 造粒操作のDEM解析

2.1 造粒へのDEMの適用

粉粒体の造粒操作は、原料同士を液体バインダーなどによって結合させて、目的とする性質を有した粒子を製造するプロセスである。粉粒体のサイズを大きくすることによってハンドリング性が向上するほか、複数種類の原料を一つにすることで成分的な偏析を防止するなどの効果が得られる。鉄鋼プロセスにおいては、焼結鉱を製造する際の焼結原料に対して造粒が行われており、造粒物の粒子径や構造、水分量などが焼結プロセスにおける通気性や反応性に大きな影響を与え、焼結鉱の品質や生産性を大きく左右することが知られている¹⁰⁾。そのため、これまでにその設計や制御に関する研究がなされているが¹¹⁻¹⁴⁾、原料性状は産地ごとに異なり、また年々変化していくため、これらに対応した設計指針を得るためには、数理的な理論に基づく解析手法が必要となる。造粒方法には、転動造粒、流動層造粒、攪拌造粒、噴霧造粒、圧縮造粒、押出造粒などがあるが、鉄鋼プロセスで主に用いられているのは転動造粒である。ドラムあるいはパン型の造粒機に原料を装入し、バインダー液をスプレー状に吹きかけながら容器を回転させることで原料を転動させ、周囲の粉粒体を巻きこみながら雪だるま式に粒子が成長していく方法である。

DEMを造粒操作に適用した例として、六車^{15,16)}は粒子接点に対し静的な液架橋力による付着力を考慮し、遠心転動造粒機における粒子挙動をシミュレーションによって再現することを試みた。粒子群にバインダー液を添加した際に形成される液架橋の形成機構は非常に複雑であることから、添加された液体はすべて液架橋を形成するために用いられ、また、液架橋が形成可能な粒子間隙に均等に配分されるといった仮定のもとでモデル化し解析を行っているが、実験とシミュレーションにおける定性的な粒子挙動は一致し、数値計算から造粒機内の粒子挙動を予測可能なことを示した。このように、現象を捉えたモデル化を行うことができれば、計算機の能力の範囲内で多くの知見を得ることが可能となる。以下では、著者がこれまでに行った鉄鉱石造粒過程のDEM解析¹⁷⁾について述べる。

2.2 造粒実験

マランバ鉱石に10.8 wt%の水分を添加し、高速攪拌ミキサーにて1 min攪拌した。この原料を内径600 mm、幅200

mmのバッチ式小型ドラムミキサーに装入し、造粒した。造粒時間は1~34分とし、回転数は臨界回転速度に対する比で0.2、0.4、0.6とした。臨界回転速度とは、遠心力によりボールがドラム内壁に張り付いて共廻りするときの限界速度である。占有率は8.8、17.6、35.2%の3種類とした。所定時間造粒後、約500 gに縮分した原料の粒度分布を測定した。Fig.1に造粒物のメディアン径の時間変化を示す。メディアン径は造粒時間とともに線形的に増大している。このことから、この範囲では造粒は一定速度で進行しているといえる。Fig.2、3に造粒時間4分の造粒物のメディアン径とドラム回転速度ならびに原料占有率との関係をそれぞれ示す。図中の N/N_c は臨界回転速度に対する回転速度の比である。造粒物粒子のメディアン径、すなわち造粒速度は、回転速度が大きくなるにしたがい大きくなり、原料占有率が小さくなるほど大きくなることがわかる。

2.3 造粒過程のモデル化

鉄鉱石造粒過程のシミュレーションを行うモデルとしては、以下の2つが考えられる。1つは、ドラム内の鉄鉱石の単一粒子をモデル化しすべての運動を追跡する方法 (Fig.4 (a))、もう1つは造粒された粒子を1つの粒子ととらえたモデル化で、その運動を追跡する方法 (Fig.4 (b)) である。前者は、造粒物単体の形成メカニズムの解析までも含み極めて精緻と考えられるが、考慮すべき粒子数が多すぎて計算時間が膨大となるため、現状では非現実的である。一方、後者は造粒物集団の運動を解析するだけならば、簡単かつ有効と考えられる。そこで今回は後者の造粒物粒子の運動を追跡する方法を採用する。

一般に、実機焼結機では、内径2~6 m、長さ10~30 m、傾斜角1.6~50度程度の円筒型ドラムミキサーが採用されている。ドラム片端から原料を投入し、逆の片端から造粒物を排出される連続処理システムになっている。このドラムミキサーにあっては、ドラムの内径と回転速度は一定であっても、占有率(ドラム体積に対する原料体積の比率)はドラム

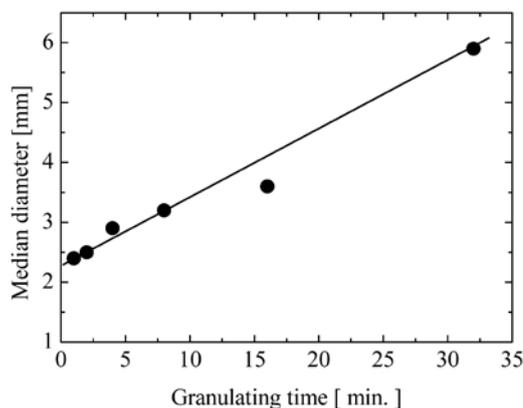


Fig.1 Effect of granulation time on the median diameter of granules.

軸方向において、必ずしも一定ではない。ここでは、ドラムの径方向断面を抜き出し、そのドラム要素内でのパラメータと造粒物粒子の運動を解析した。すなわち、パラメータとしては原料占有率と回転速度があり、これらの影響について検討した。さらに、ドラム径や回転運動の傾斜角度（水平レベルとなす角）も変更したシミュレーションも実施した。その他のシミュレーションでの仮定は、以下の通りである。

- (1) 造粒物は球形で、造粒物径は均一であること
- (2) 計算中において、造粒物径ならびに摩擦係数などの物性値は変化せず一定とすること
- (3) 水分の影響は直接考慮していないこと

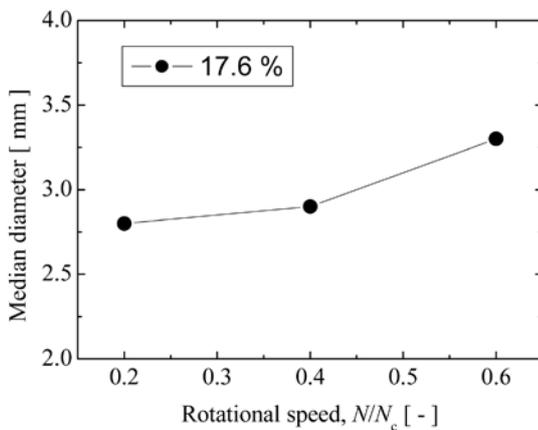


Fig.2 Effect of rotational speed on the median diameter of granules.

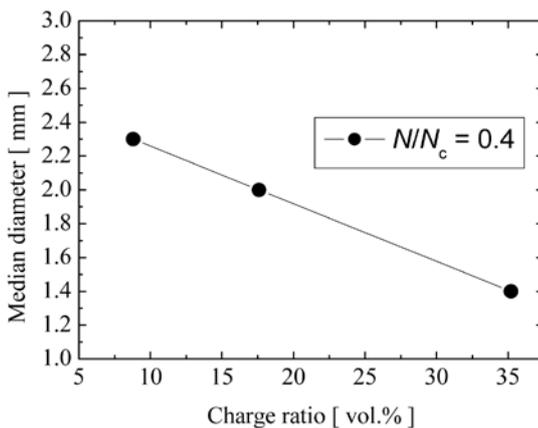


Fig.3 Effect of charge ratio on the median diameter of granules.

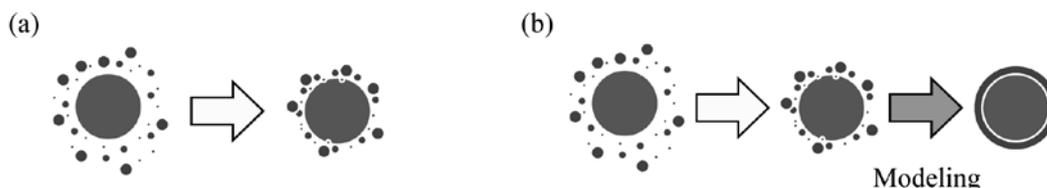


Fig.4 Simulation model of granulation process.

2.4 ドラムミキサー内での粒子の運動

造粒物はドラムミキサーの回転にともなってミキサー上部に持ち上げられ、そこから、造粒物堆積斜面に沿って転動し、再び回転ドラム壁に沿って上部へと持ち上げられるという循環運動をしている。粒子の造粒においては、このような運動パターンが重要である。しかしながら、ドラムミキサー内で活発に粒子が運動をすると、せっかく成長した粒子が破壊されてしまう。一方、ドラムミキサーの回転にともなって粒子が持ち上げられなければ、粒子は運動せず、粒子も成長しない。したがって、造粒物がよく循環する運動が重要な鍵をにぎっている。

Fig.5には、ドラムミキサーの回転速度を変化させた場合の造粒物粒子の運動の様子を示す。いずれの回転速度でも、造粒物粒子は激しく飛び跳ねることなく循環運動をしている。回転速度がおおきくなるにしたがい、最大到達点の高さが高くなっていることがわかる。

2.5 造粒に関するパラメータ

粒子が回転すると、周りにある微粒子は巻き込まれ附着していくであろう。一方、大きい運動エネルギーを持った粒子が、他の粒子や壁にぶつかる壊れてしまうと考えられる。造粒を進行させるためには、粒子がよく回転するようにし、かつ激しい衝突を減らすことが重要であると考えられる。したがって、造粒プロセスは、粒子成長と破壊プロセスの2つから構成されているものと考え、それぞれに対応する物理量として、回転エネルギーと衝突エネルギーに着目する。回転エネルギーが大きくなれば、造粒は進む方向に、衝突エネルギーが大きくなれば、造粒は進まない方向に作用することとなる。なお、衝突エネルギーは次式より算出した¹⁸⁾。

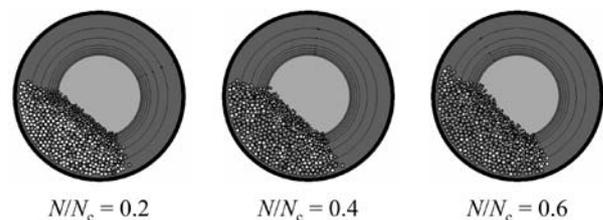


Fig.5 Snapshots of granule motion in the drum mixer for different rotational speed.

$$E_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m v_r^2 \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 m は造粒物粒子の質量、 n は衝突回数、 v_r は相対速度の法線方向成分である。

造粒物の衝突エネルギーも回転エネルギーもドラムミキサーの回転速度が大きくなると増加する。そこで、造粒プロセスを一つのパラメータで表す必要がある。回転エネルギーは造粒を進行させる方向に、衝突エネルギーは造粒を妨げる方向に作用するので、両エネルギーの比である (2) 式の G' 指数を定義した。

$$G' = \frac{E_r}{E_i} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 E_r 、 E_i は、それぞれ回転エネルギーと衝突エネルギーである。ただ、この G' だと実験結果との対応が良好でなかったため、さらに回転エネルギーを乗算し、造粒指数として定義した。

$$G = \frac{E_r}{E_i} E_r \dots\dots\dots (2)$$

この造粒指数を Fig.6、7に示す。Fig.6はドラムミキサーの回転速度の影響、Fig.7は占有率の影響である。それぞれ実際の実験結果である Fig.2と比べるとその傾向は一致していることがわかる。この造粒指数は、造粒プロセスをよく表しているといえる。

3 粉砕操作のDEM解析

3.1 粉砕へのDEMの適用

粉砕は固体粒子を砕いて粒子径を小さくする単位操作であり、その目的は粒子径が小さくなることによって発現する流動性の付与や反応性の向上などが挙げられる。工業的に最もよく用いられている粉砕法は乾式あるいは湿式ボールミリン

グである。ボールミルは、粉砕容器の中に媒体としてのボールと被粉砕物(砕料)を装入し、容器を回転させることによってボール同士、あるいはボールと容器壁との衝突を発生させ、それらに挟まれた砕料を砕く装置である。装置の機構はごく単純であるが、粉砕結果に影響を与える因子が多いことから、任意の砕料に対して粉砕結果を予測する手法は未だ確立されていない。装置の操作条件には、ミル回転速度、媒体径、媒体充填量、砕料充填量、粉砕時間、湿式の場合は溶媒の種類や充填量などがあり、これら全てを考慮した理論的な解析を行う事は極めて困難であるため、実験や理論的なアプローチの他、シミュレーションによるアプローチが威力を発揮する。粉砕にDEMを適用するメリットとして、次の項目が挙げられる。

- (1) 実験では観察不可能な粒子一つ一つの詳細な挙動の追跡が可能
 - (2) 特定の因子のみを抽出し、その影響を検討することが可能
 - (3) 装置形状や操作条件を変更した解析が容易であり、試作機によるテストを省略することが可能
- (1) に関して、通常粉砕実験を行う際に媒体や砕料の挙動を観察しようとする、容器が透明である場合や覗き窓が設置されている場合に限り、粒子群の表層のみを観察することができる。観察可能な粒子は粒子群全体からするとほんの一部であり、また、実際に使用する装置は一般的に透明ではなく、透明であったとしても粉体が共存する実験では粉がまったり容器壁に付着することから観察すること自体が困難な場合が多い。そのためシミュレーションによる粒子挙動の可視化は非常に有効である。(2) に関して、シミュレーションでは密度や摩擦係数など、任意の物性値の値を変更した解析を行う事ができるため、実験では実質不可能な各因子の影響を切り分けて把握することが可能である。(3) に関して、シミュレーションであれば装置形状や操作条件を簡便に変更することができるため、試作機の製作に要する時間やコストの削減

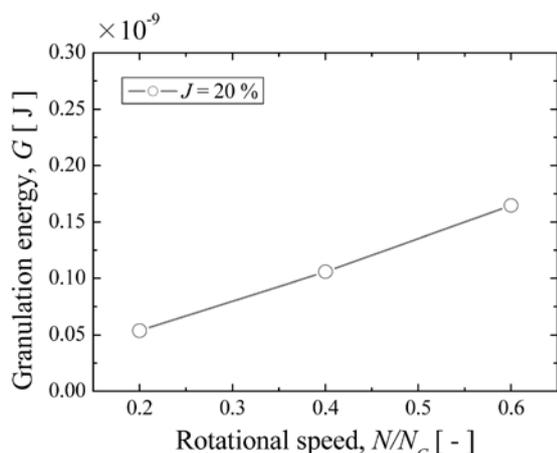


Fig.6 Granulation energy as functions of rotational speed of drum mixer.

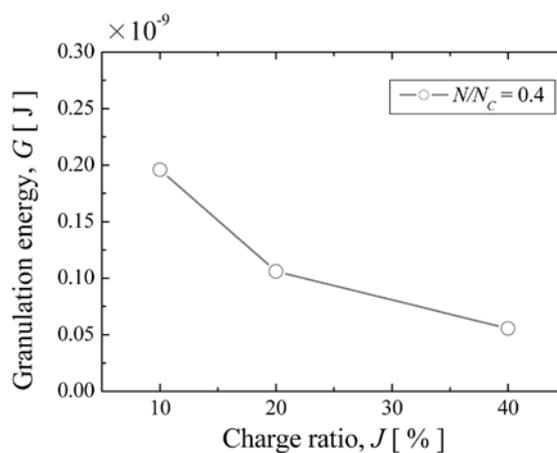


Fig.7 Granulation energy as functions of granule charge ratio.

が図れ、全体的な検討の高効率化が達成できる。

DEMを粉碎に適用した報告はこれまでに数多くあり¹⁹⁾、それらは大別して2つのアプローチに分類できる。1つは、碎料粒子の挙動を直接計算するのではなく、粉碎に支配的な影響を及ぼすと考えられるボール挙動の計算から粉碎結果を予測する試みである。このとき碎料粒子がボール挙動に及ぼす影響は、摩擦係数や反発係数の値によって考慮される。碎料粒子の存在をモデル化することによって計算負荷を低減し、実用的な解析を可能にする手法である。転動、振動、遊星ボールミルなどの各粉碎機への適用例があり²⁰⁻²²⁾、各操作条件がボール運動に及ぼす影響について検討されてきた。この手法から粉碎結果を予測する際には、ボール挙動と碎料粒子の破碎とを結びつける情報を抽出する必要がある。碎料が破碎されるためには、ボール同士、ボール壁間における衝突回数と、その衝突イベントにおけるボールの運動エネルギーが重要であると考えられ、(1)式で示した衝突エネルギーによって粉碎結果の予測を行った検討が報告されている。ここで(1)式中での m は造粒物粒子の質量を示していたが、この場合の m はボールの質量を指す。衝突エネルギーを用いた解析によって、ピーズミルなどにおける装置設計や最適操作条件の探索に有効なことが確認されている²³⁾。

一方で、以上のアプローチでは碎料の破碎過程を直接計算していないため、粉碎における限界粒子径や粉碎過程を表現することはできない。そこでもう1つのアプローチは、計算負荷は増大するが、碎料の破壊挙動までもモデル化することで、より精緻に粉碎を表現しようとする手法である。碎料挙動を表現するためには、当然ながら球形粒子の計算だけでは十分ではなく、破壊された後の不規則な形状を有した粒子挙動を追跡できなければならない。これまでに、碎料の破壊挙動を表現する手法として、様々なアルゴリズムが提案されている。Yin²⁴⁾は、球形粒子を結合させることで凝集体を表現

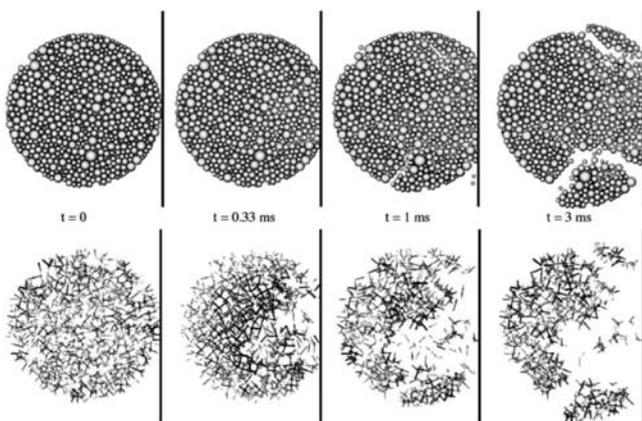


Fig.8 Fracture events (top) and corresponding shear forces (bottom), $v = 50$ m/s.

し、その破壊挙動を解析した。Antonyukら²⁵⁾は、隣接粒子間に固着バネを作用させることで凝集粒子を表現し、単一粒子を壁に衝突させた際の破壊挙動を実験とシミュレーションから解析している (Fig.8)。その他にも、インパクトクラッシャー (Fig.9)、円柱体や球体の圧縮破壊などへの適用例がある²⁶⁻²⁸⁾。このように、碎料の破碎を表現しようという報告は数を増やしつつあり、ここでは著者らがこれまでにを行った本アプローチにおける解析例^{29,30)}を報告する。

3.2 自生粉碎への適用

自生粉碎は、転動ミル内に碎料粒子のみを装入し、碎料同士あるいは碎料と壁との衝突によって碎料が破碎される機構の粉碎方法である。自生粉碎をDEMで解析するためには、碎料自身が媒体の役割を果たすため、必然的に碎料破壊挙動を直接表現する手法でなければならない。Fig.10は転動ミルにおける角砂糖の自生粉碎の様子とそれをシミュレートした様子である。通常のDEMでは球形粒子のみを扱うが、ここではTanakaら³¹⁾の提案した剛体計算手法を用いて、球形の構成粒子を連結することで非球形形状を表現し、構成粒子を剥離することで破碎を表現している。シミュレーションにおいて、転動ミルの内径と粒子の持ち上がり高さの比である上昇比が実験と合うように摩擦係数を決定した。碎料粒子が転動する際に示す動的安息角といったミル内碎料運動は実験と良好に一致している他、実験では角砂糖粒子は表面粉碎が支配的となって粉碎されていく様子が観察されたが、シミュレーションでも同様にして粉碎が進行していく様子

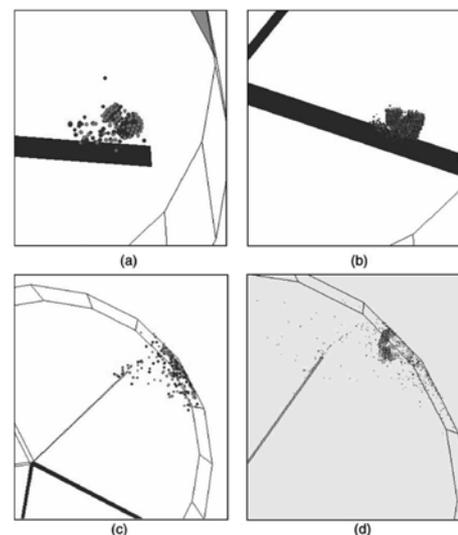


Fig.9 Breakage process of particles built from different grains at an impeller speed of 900 rpm. (a) Sample immediately after impeller impact (grain radius = 5 mm); (b) sample immediately after impeller impact (grain radius = 2.5 mm); (c) sample immediately after impact to anvil (grain radius = 5 mm); (d) sample immediately after impact to anvil (grain radius = 2.5 mm).

が観察された。Fig.11には、実験とシミュレーションにおける粉碎前後の碎料形状の変化を示している。それぞれ、粉碎前、短時間の粉碎後、長時間の粉碎後を示す。実験では、粉碎前の角砂糖は立方体形状であるが、粉碎時間の経過とともに徐々に角が取れ、球状に近づくようになることがわかる。一

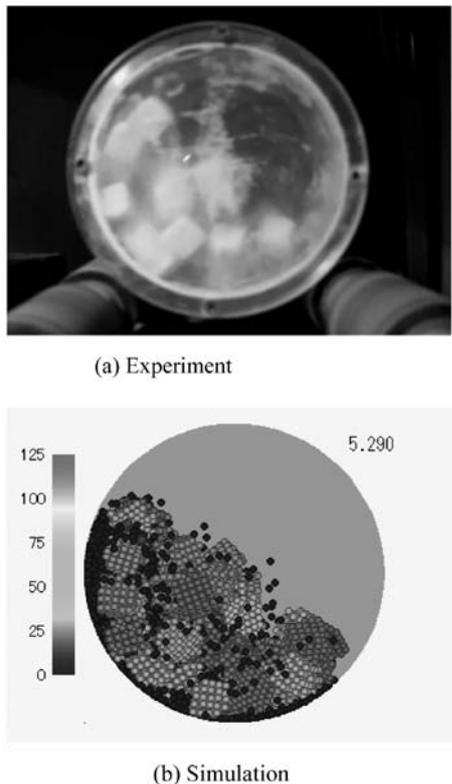


Fig.10 Motion of cubic sugar sample in the mill chamber.

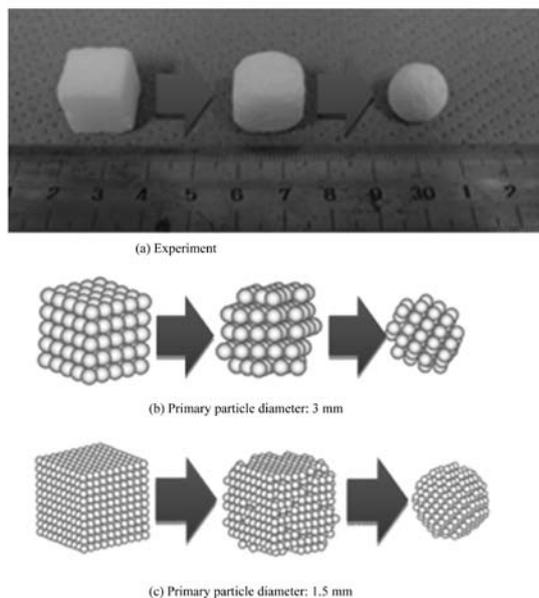


Fig.11 Shape of the cubic sugar samples before and after grinding.

方、シミュレーションの結果においても実験と同様、粉碎時間と共に粒子形状は立方体から球形に変化する傾向にある。また、シミュレーションにおいて構成粒子径を小さくすることでより良好に形状を表現できていることがわかる。

3.3 体積粉碎への適用

3.2節では、表面粉碎が支配的な系へのDEMの適用であったが、粉碎を表現するためには体積粉碎も表現できなければならない。そこで、体積粉碎を表現するためのモデルとして、新規にADEM (Advanced Distinct Element Method) を構築した。ADEMでは、構成粒子を法線方向と接線方向の二つの連結バネで相互に接続し、その集合体としてクラスター粒子を表現している。構成粒子間の相互作用力の計算に連結バネを用いることで、弾性体としての運動挙動を表現することが可能になっている。連結バネには破壊の基準が設定されており、設定した閾値 (最大ひずみ) を超えてバネが伸びたときに接続を破断することとした。実際の粉碎現象においては粒子径が小さくなるほど破壊強度は大きくなる寸法効果が知られているが、ここでは粉碎の進行に関わらず一定の連結バネ定数を用いることとした。構築したモデルの妥当性を検証するため、球形単粒子の圧縮試験のシミュレーションを行い、既往の文献における圧縮破壊の様子を再現することを試みた。Yashimaら³²⁾の行ったケイ石、長石、ホウケイ酸ガラスの3種の圧縮試験結果を比較対象としてシミュレーションを行った様子をFig.12に示す。実験において、ケイ石では3、4個の大きな破碎片と少数の小さな破碎片が生じ、長石で

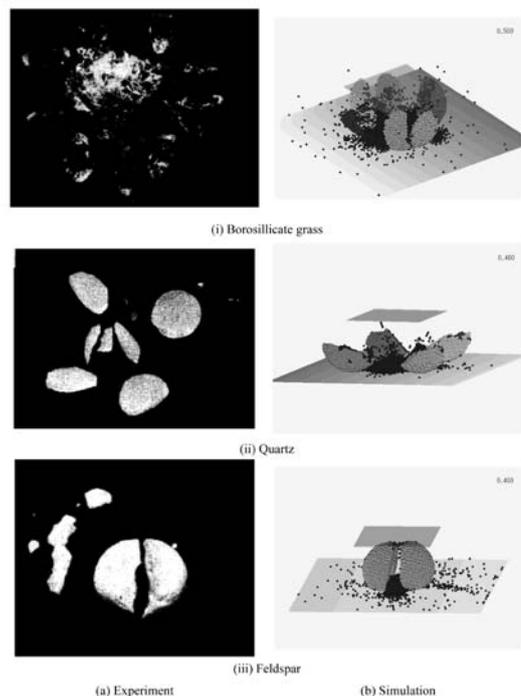


Fig.12 Shapes of fragments after compression test.

は、ケイ石とほぼ同様に破碎するが、大きな破砕片がやや少ない。ホウケイ酸ガラスでは、載荷点を結ぶ直径を軸とするコアの部分は細かく破碎し、その周辺部分は三日月形の破砕片となっている。シミュレーションでは、これらの破砕片形状を表現するために、構成粒子の初期配置や最大ひずみを変更したシミュレーションを行い、各試料の破砕片形状を再現する条件の探索を行った。今回の検討では、バネ定数、最大ひずみの値は破砕片形状を実験結果にフィッティングさせる形で探索したものであり、実際の試料の物性値を反映させたものではないが、シミュレーションにおいてパラメータを適切に選択することで定性的な破砕片の形状を表現することが可能であることが分かった。今後は、試料の物性値をシミュレーションに反映させる方法を検討していく必要がある。

4 おわりに

DEMの発展は計算機の発展とともにあり、計算可能粒子数が1000個なら1000個なりの、1000万個なら1000万個なりのアルゴリズムが提案され、それにしたがって多くの情報が得られるようになってきた。対象とする現象はより細かく、より複雑なものとなってきており、プログラムを作成する我々には、ただ座して計算機の発展を待つのではなく、これまででない高度なモデル化が必要とされてきている。これまで本稿で述べてきたように、シミュレーションを行う際には必ず計算負荷の限界がつかまとうため、現象の本質を捉え、今ある計算資源の範囲で結果を出すことが求められている。実際の粒子径、粒子径分布、粒子形状、粒子構造を用いて産業スケールの数値解析を行えるのであれば何も悩むことはないが、それは遠い遠い未来のこととなりそうなので、一生懸命に頭を使ってモデルを作り、新しいシミュレーション法を考案していかなければならない。

参考文献

- 1) 下坂厚子, 林浩二, 白川善幸, 日高重助: 化学工学論文集, 26 (2000), 23.
- 2) N.Katsura, A.Shimosaka, Y.Shirakawa and J.Hidaka: ISIJ Int., 45 (2005), 1396.
- 3) P.A.Cundall, and O.D.L.Strack: Geotechnique, 29 (1979), 47.
- 4) 粉体シミュレーション入門, 粉体工学会編, 産業図書, (1998)
- 5) 田中努, 梶原義雅, 稲田隆信: 鉄と鋼, 72 (1986), S914.
- 6) 稲田隆信, 田中努, 梶原義雅: 鉄と鋼, 73 (1987), S1.
- 7) 田中努, 梶原義雅, 稲田隆信: 鉄と鋼, 74 (1987), 2262.
- 8) H.Mio, S.Komatsuki, M.Akashi, A.Shimosaka, Y.Shirakawa, J.Hidaka, M.Kadowaki, S.Matsuzaka and K.Kunitomo: ISIJ Int., 49 (2009), 479
- 9) H.Kawai and H.Takahashi: ISIJ Int., 44 (2004), 1140
- 10) M.Hara, T.Kawaguchi, M.Matsumura and C.Kamijo: ISIJ Int, 49 (2009), 609
- 11) N.Sakamoto: ISIJ Int., 42 (2002), 834
- 12) N.Ouchiyama and T.Tanaka: Ind.Eng.Chem.Process Des.Dev., 21 (1982), 29.
- 13) N.Ouchiyama and T.Tanaka: Ind.Eng.Chem.Process Des.Dev., 21 (1982), 35.
- 14) P.C.Kapur and D.W.Fuerstenau: Ind.Eng.Chem.Process Des.Dev., 8 (1969), 56.
- 15) 六車嘉真, 田中敏嗣, 川竹了, 辻裕: 日本機械学会論文集 (B編), 63 (1997), 3876.
- 16) 六車嘉真, 田中敏嗣, 川竹了, 辻裕: 日本機械学会論文集 (B編), 64 (1998), 662.
- 17) J.Kano, E.Kasai, F.Saito and T.Kawaguchi: ISIJ Int., 45 (2005), 500.
- 18) J.Kano, H.Mio and F.Saito: J.Chem.Eng.Japan, 31 (1998), 1014.
- 19) B.K.Mishra and R.K.Rajamani: Geotechnique, 29 (1979), 47.
- 20) J.Kano, H.Mio, F.Saito and M.Tanjo: J.Chem.Eng., Japan, 32 (1999), 747.
- 21) 佐藤英, 加納純也, 齋藤文良: 粉体工学会誌, 44 (2007), 186.
- 22) T.Yokoyama, K.Tamura and G.Jimbo: Kagaku-Kogaku Ronbunshu, 17 (1991), 1026.
- 23) 曾田力央, 佐藤英, 加納純也, 齋藤文良: 粉体工学会誌, 51 (2014), 436.
- 24) K.Yin: PhD thesis, Aston University, (1992)
- 25) S.Antonyuk, M.Khanal, J.Tomas, S.Heinrich and L.Morl: Chem.Eng.and Proc., 45 (2006), 838.
- 26) N.Djordjevic, F.N.Shi and R.D.Morrison: Minerals Engineering, 16 (2003), 983.
- 27) C.Thornton, M.T.Cimocos and M.J.Adams: Powder Technol., 140 (2004), 258.
- 28) L.Liu, K.D.Kafui and C.Thornton: Powder Technol., 223 (2012), 19.
- 29) 石原真吾, 曾田力央, 加納純也, 齋藤文良, 山根圭司: 粉体工学会誌, 48 (2011), 829.
- 30) 石原真吾, 張其武, 加納純也: 粉体工学会誌, 51 (2014), 407.
- 31) M.Tanaka, M.Sakai and S.Koshizuka: Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng., (2007), 2007007
- 32) S.Yashima, S.Morohashi, O.Awano and Y.Kanda: Kagaku Kogaku, 34 (1970), 210.

(2014年9月3日受付)