入門講座
インフォマティクス入門－1

画像認識と定量組織学1
（材料工学的に重要な組織特徴量の抽出）
Image Recognition and Quantitative Microstructure Morphology Analysis 1
(Extraction of Metallurgically Important Microstructure Features)

名古屋大学
大学院工学研究科
材料デザイン工学専攻　教授
足立吉隆
Yoshitaka Adachi

名古屋大学
大学院工学研究科
材料デザイン工学専攻　講師
小川登志男
Toshio Ogawa

名古屋大学
大学院工学研究科
材料デザイン工学専攻　研究員
Zhi-Lei Wang

1　はじめに

材料組織の特徴を定量化することは、組織形成メカニズムや特性を考えるうえで基本である。各種顕微鏡像から組織を定量評価する際には、まず対象領域を検出する作業が必要となる（セグメンテーションという）。従来このセグメンテーションは、画像にぼかすなどのフィルター処理を掛けたうえで輝度値の閾値を設定して、手動で対象領域を抽出していた。しかしながら不鮮明な画像に対してこの輝度値だけに基づくセグメンテーションは満足した結果が得られない場合も多い。そこで、近年では画像に複数のフィルターを掛けた結果を総合的に用いて機械学習によりコンピュータが識別する機械学習型画像処理あるいはコンピュータビジョンと呼ばれる手法を材料組織画像にも適用しようとする研究が続けられている。専門家が設計した複数の画像フィルターを用いる場合が機械学習型画像処理[1]であり、コンピュータが自習して見つけた最適なフィルターの組み合わせを用いる場合が深層学習（ディープラーニング）[2]である。材料組織画像全体を識別する場合もあるが、多くの場合は小領域ごとにセグメンテーションして対象領域を識別して、そして抽出する。このような手法として、Trainable WEKA segmentation[1]といった機械学習型画像処理法、Mask R-CNN[3]あるいはU-Net[4]といったディープラーニング型画像処理法が知られている。

対象領域を抽出した次に重要になるのは、対象領域（対象組織）の定量評価である。材料組織の特徴には形態、結晶学、組成が挙げられるが、本稿では形態に焦点を当ててその詳細を述べる。材料組織形態の特徴量としては、結晶粒径、体積率、ラメラ—間隔などのメートルが関係するmetric特徴量が従来評価されている。それらの平均値に加えて、分散状態の指標となる標準偏差も重要な情報である。さらに、metric特徴量だけでは材料の複雑性を評価するには不十分である。空間分散状態、連結性、絡まり合い度、自己相似性、曲率なども材料組織形態を表現するにあたって重要な特徴量である。本稿ではこれらの特徴量を位相幾何学的な特徴量と呼ぶ事にする。

以上で挙げた特徴量は人類がその物理的意味をおおよそ理解できる特徴量（材料工学的に重要な特徴量と本稿では呼ぶ）であるが、これらを徹底的に定量化したとしても、それらの特徴量から元の画像は再構築できない。すなわち、「人類が理解できる特徴量」という制限を設けた時点で、すでに多くの情報を失っていることになる。そこで、画像から画像工学あるいは数学的に特徴を抽出するといった手法が考えられる（本稿では、これらを数学的に重要な特徴量と呼ぶ）。画像工学的とは輝度値の分布状態を定量評価することであり、数学的とは粒子の空間分布状態を正に数学の手法を使って定量評価することである。数学的な評価手法としては、近年不完全な連結性を階層的に定量評価できるパーシステントホモロジー[5]や、銀河宇宙における星の分散状態を解析する際に用いられる二点相関関数[6]などが知られている。これらは材料組織形態の複雑性を的確に表現しているが、一方で人類には少々理解しがたい特徴量と言える。

本稿ではまず初めに、小領域ごとに画像認識するコンピュータビジョンの基礎を述べ、それに続いて材料工学的に重要な特徴量中から位相幾何学的な特徴量に焦点を当てる。数学的に重要な特徴量については次号で触れ、その後の号で述べる機械学習の順解析、逆解析の入力データ（記述子）を得ることの理解を深める。

2 コンピュータビジョン

2.1　画像のフィルタリング

機械学習やディープラーニングによる画像認識、セグメンテーションに入る前に、一般的な画像前処理について述べる。画像とは、グレー画像の場合、各画素の座標に輝度値の情報を持った行列である。カラー画像ではR（Red）、G（Green）、B（Blue）の行列を持つ。画像の輝度値に閾値を設定して対象領域を抽出する（セグメンテーション）ことがよく行われているが、思った通りに対象領域が選択できない場合も多い。それは、画像全体の輝度値の偏りがある場合や、対象領域全体を抽出したいが対象領域内にも細かなパターンがある場合や、対象領域以外の部位の輝度値が対象領域の輝度値と類似している場合や、境界が不鮮明な場合などがあるときに生じる問題である。

そこで画像に予め前処理を施してから輝度値の閾値を設けてセグメンテーションすることがよく行われる。前処理の代表例は、ぼかす、エッジ検出、輝度値の均一化処理などである。ぼかす処理には移動平均フィルターや、ガウシアンフィルターがよく用いられる。各種フィルターは行列式で与えられ、カーネルと呼ばれる場合があるが、本稿ではフィルターと統一して呼ぶ事にする。ぼかすこととは、注目しているピクセルの輝度値をその周囲のピクセルの輝度値を考慮して平均化することである。8近接ピクセルの輝度値を平均化する場合、以下の移動平均フィルターを画像の行列に場所を少しずつ変えながらその都度内積値を得て注目しているピクセルの輝度値と入れ替える（この作業を畳み込みという）。その結果、ぼやけた画像が得られる。

$$\text{moving average filter (8 neighbors)} = 1/9\begin{bmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{bmatrix} \cdots\cdots (1)$$

上述した移動平均フィルターでは、周囲の輝度値の情報で均等的に平均化している。一方次に述べるガウシアンフィルターでは中心部に比べて上下左右の情報は影響が小さく、さらに斜め方向の近接ピクセルの輝度値の影響は一層小さくなるようにフィルターが設計されている。ガウシアンフィルターは中心の画素からの距離に応じて式（3）中のσを小さくすると、平滑化効果が弱まり、σを大きくすると平滑化効果が強くなる。ガウシアンフィルターでは、ローパスフィルタの効果があるため、高周波のノイズには移動平均フィルターよりガウシアンフィルターを用いた方が効果的な場合がある（Fig,1（a），（b））。

$$\text{Gaussian filter (8 neighbors, s} = 1.3) = 1/16\begin{bmatrix}1&2&1\\2&4&2\\1&2&1\end{bmatrix} \cdots\cdots (2)$$

$$f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) \cdots\cdots (3)$$

さらに、上述した二つのフィルターは線もぼかしてしまうため、粒界、相境界は鮮明なまま残しつつ、粒内をぼかしたい時には問題になる。そのような形を残しつつぼかしたい時に用いられるのがbilinearフィルターやanisotropicフィルター（Fig.1（c））である。詳細は専門書7）を参考にしていただきたい。

画像の輪郭を検出したい時によく用いられるのがsobelフィルターである（Fig.1（d））。prewittフィルター（式（4））が「平滑化フィルター」と「微分フィルター」を組み合わせることで、ノイズの影響を抑えながら輪郭を抽出しているのに対し、その平滑化フィルターをかける際にガウシアンフィルターを掛けたものがsobelフィルター（式（5））である。これにより自然に平滑化を行うことが出来る。

$$K_x = \begin{bmatrix}-1&0&1\\-1&0&1\\-1&0&1\end{bmatrix},\ K_y = \begin{bmatrix}-1&-1&-1\\0&0&0\\1&1&1\end{bmatrix} \cdots\cdots (4)$$

$$K_x = \begin{bmatrix}-1&0&1\\-2&0&2\\-1&0&1\end{bmatrix},\ K_y = \begin{bmatrix}-1&-2&-1\\0&0&0\\1&2&1\end{bmatrix} \cdots\cdots (5)$$

x, y方向それぞれのフィルターを掛けた画像の輝度値をf_x（x, y），f_y（x, y）とすると、この両方のフィルターをかけた

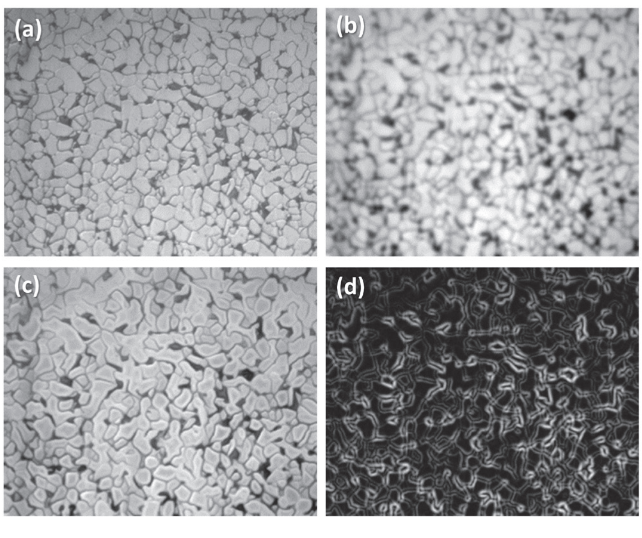

Fig.1　(a)original image, (b)blurred by Gaussian filter(s=2), (c)blurred by anisotropic filter, (d)edge detected by sobel filter.

画像の輝度値は式（6）で与えられる。

$$f'(x,y)=\left(f_x(x,y)^2+f_y(x,y)^2\right)^{1/2} \quad (6)$$

画像全体に明るさの偏りがある場合、セグメンテーションがうまくできない場合がある。そのような場合に、画像に対して次のヒストグラム均一化処理を施す（式（7））。ヒストグラム均一化では、ヒストグラムの累積度数（輝度値0から画素数を累積したもの）のグラフの傾きが一定になるように変換する処理であり、コントラストが悪い場合や、明るさが偏っている画像の全体的なバランスを改善することが可能になる。

$$I=\frac{I_{max}}{S}\sum_{i=0}^{I(x,y)}H(x,y) \quad (7)$$

ここで、I（x, y）は画像中の座標（x, y）での入力画像の輝度値、H（x, y）は輝度値の度数、Imaxは入力画像の輝度値の最大値、Sは入力画像の輝度数の総和である。

このように対象領域をぼかしたり、強調したり、あるいは画像全体の輝度値の偏りがないように修正したうえで、輝度値の閾値を設けて対象領域を抽出（セグメンテーション）するとうまくいく場合が多い。

2.2　機械学習型画像処理

2.1で述べた輝度値の閾値で対象領域を選択する手法では複雑な画像に対してうまく領域抽出できない場合がある。そのような場合に、既存の複数の種類のフィルターを使って畳み込んで画像の特徴を抽出し、個々の畳み込み演算で得た特徴量を全結合してベクトル化する。そして、そのベクトル情報が得られた時に対象領域名とニューラルネットワークやランダムフォレストといった機械学習により関連付ける（Fig.2）。フィルターは特定の特徴を抽出するよう設計されており、様々な種類のフィルターを使うことによって、全体的な特徴を得ようとしている。

本手法ではフィルターは予め設定されたものを使っており、その設計をする必要はなく、よって畳み込み演算、機械学習の全工程にかかる時間は比較的短くて済む。ただし、用いるフィルター、フィルターの組み合わせが最適であることの保証はなく、また畳み込み演算を行っているので空間分解能が下がっているため、細かな粒子や細い線の抽出には問題がある場合がある。この問題を克服するために、ディープラーニングによるフィルターの自動設計、空間分解能低下問題への対応が検討されており、以下に詳述する。

2.3　ディープラーニング

2.3.1　畳み込みニューラルネットワーク（CNN）

上述した機械学習型画像処理ではフィルターは予め設計されたものを用いたが、このフィルターを自習させた学習が深層学習（ディープラーニング）である（Fig.3）。まず初めに、画像に対して“適当な”フィルターを与え、畳み込み演算（convolution）を行う。当初のフィルター内の数値は適当でよく、複数のサイズのフィルターを与える。この段階でそのフィルターを掛けたことによる特徴が強調されとともに、空間分解能は元画像より下がる。さらに、畳み込んだ情報を領域分割し、個々の領域の最大値を得る（maxプーリング）。このプーリングで一層特徴が強調されるとともに、空間分解能は一層下がる。空間分解能を下げることは、対象領域が位置に過度に依存せずに認識されるようにするための工夫である。一方で、細かな物体の認識はできなくなるといった課題がある。この点を改善する取り組みが後述するU-Net[4]では取り入れられている。

畳み込み、プーリングにより得られた特徴を表す行列は全結合層でベクトル化され、単層ニューラルネットワーク（パーセプトロンと呼ばれることがある）などの機械学習により領域名と関連付ける際の記述子となる。しかし、まだこの段階ではその特徴は一般化されるまでには至っておらず、異なる画像が来たときに類似するベクトルが得られるわけではない。これは最初に“適当”なフィルターを与えたためであり、複数の画像が来たときにほぼ同様なベクトルが算出されるような最適なフィルターを繰り返し計算で求めることが求められる。「ほぼ同様なベクトル」とはその画像の共通する特徴を意味しており、その普遍的な特徴を抽出するフィルターを『自習』させることがディープラーニング型画像処理

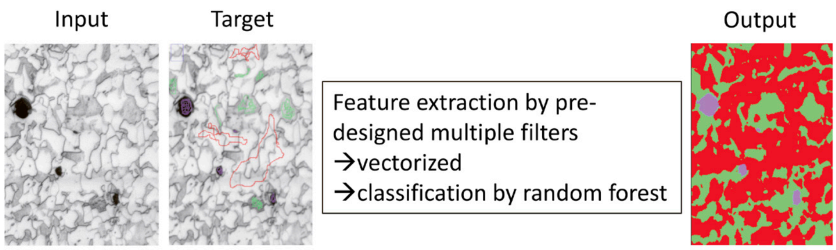

Fig.2 Machine learning-based image processing.

の最大の特徴である。このフィルターの自習に多くの学習用画像が必要であり、また時間を要する。

近年では畳み込み、プーリングは数十層も繰り返されるようになっている。また設計するフィルターのサイズは複数あり、サイズの異なる特徴を抽出できるように工夫されている。

2.3.2　Mask R-CNN

CNNではその画像を識別することを行った。そこで一枚の画像中の小領域ごとにCNNを行えば、材料組織写真中の対象領域を識別しかつセグメンテーションが可能になる。それを可能にしたのが、mask region with convolutional network（mask R-CNN）[3]である（Fig.4）。mask R-CNNは単にセグメンテーションするだけではなく、それが何であるかを識別している点に特徴がある。分野は異なるが、街中で車を認識するときに、ヘッドライド、ドアミラー、ナンバーといった小さな部品を認識するのではなく車全体を認識する必要がある場合に、このmask R-CNNは用いられており、一度学習すれば新たな画像に対するセグメンテーション速度が早いことから動的な物体検出が求められる場面で用いられている。材料工学での応用例として、複相組織中の第二相の検出（Fig.5）や加熱中や変形中のその場観察中に個々の粒子がどの様に変形していくのかを追跡するトラッキング顕微鏡の開

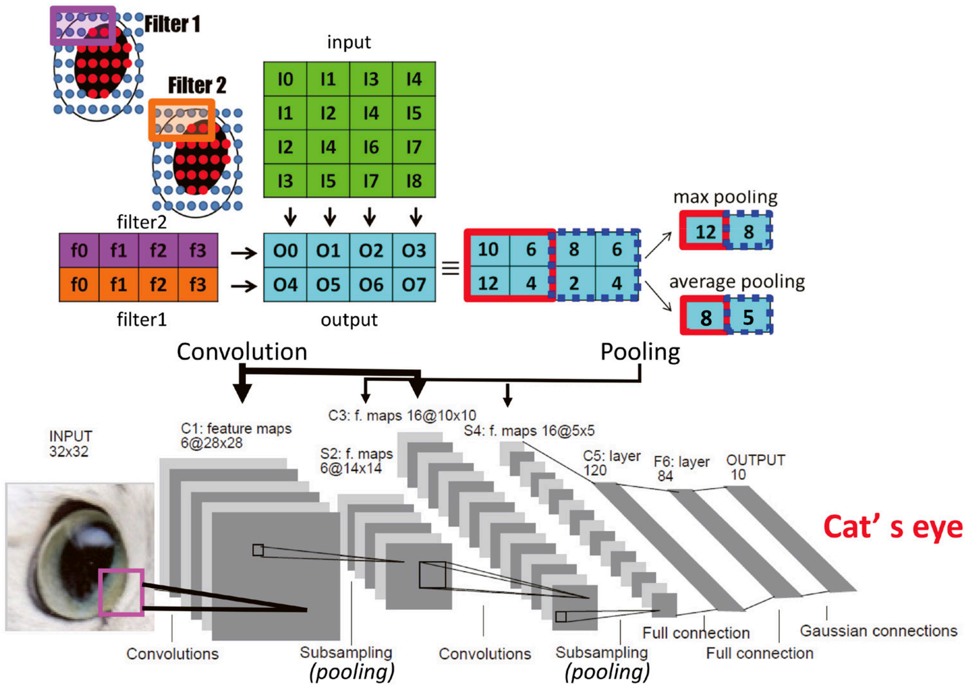

Fig.3　Convolutional neural network (CNN), LeNet.

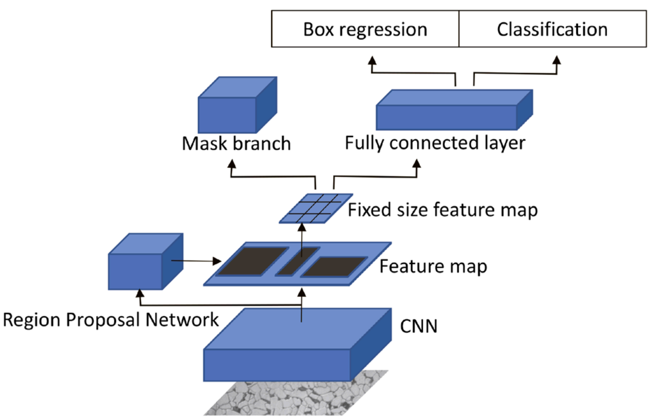

Fig.4　Architecture of mask R-CNN.

Fig.5　Segmentation by mask R-CNN[8].

発が進められている[8]。

なお、mask R-CNNでは物体を識別するために畳み込み、プーリングを行っているので、基本的に位置分解能は高くなく、細かな物体の検出には向かない。

2.3.3　U-Net

Mask R-CNNでは小領域の物体認識をするために畳み込み、プーリングそして全結合の構造を持っている。その為、空間分解能が必ずしも高くないという必然的な問題がある。そこで、物体認識をあきらめ、単にセグメンテーションだけに特化するディープラーニング手法として近年fully convolutional network（FCN）に注目が集まっている。その一つの代表例であるSegnet[9]では全層畳み込み層のみで全結合層を持たず、畳み込んだ状態から逆畳み込みによりセグメンテーションを行う（Fig.6）。全結合層を持たないことからSegnetでは物体を識別するという機能はなく、単にセグメンテーションをするという機能に特化している。ただし、Segnetでも畳み込みを行っているので空間分解能が低くなってしまう問題は解決されていない。そこで、極近年この空間分解能を高める工夫として、畳み込む前の画像の情報を逆畳み込み時の画像にフィードバックすることを特徴とする新たな構造のU-Net[4]が公開され大変注目されている。一部では医療機関で生体細胞の識別に用いられ、人間による診断以上の識別制度であることが報告されている。材料組織にこのU-Netを適用した結果では、二相組織中の第二相の識別だけではなく、母相の結晶粒界のような細い物体検出も高い精度で認識することができる（Fig.7）[10]。繰り返しになるが、識別は無用で、単にセグメンテーションをしたい場合にはU-Netは有用である。ただし、ディープラーニングである以上、多くの学習用画像と学習時間が必要であることは同様であり、画像の分割や、回転、などで学習用画像の枚数を増や

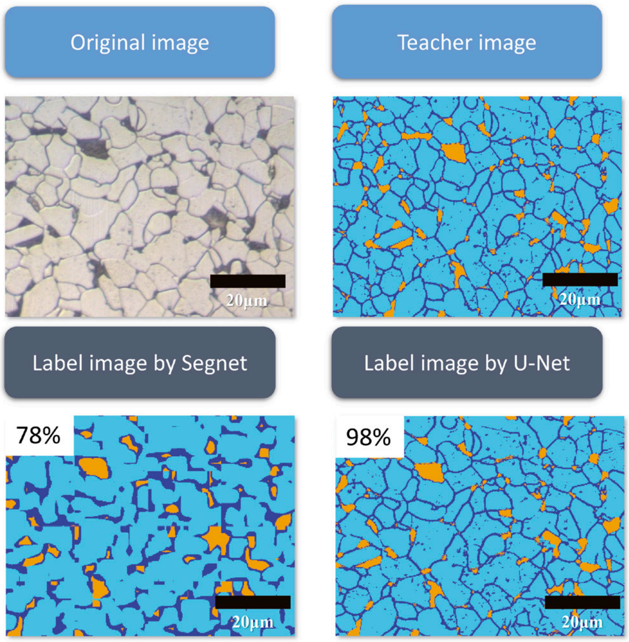

Fig.7　Segmentation by Segnet or U-Net[10].

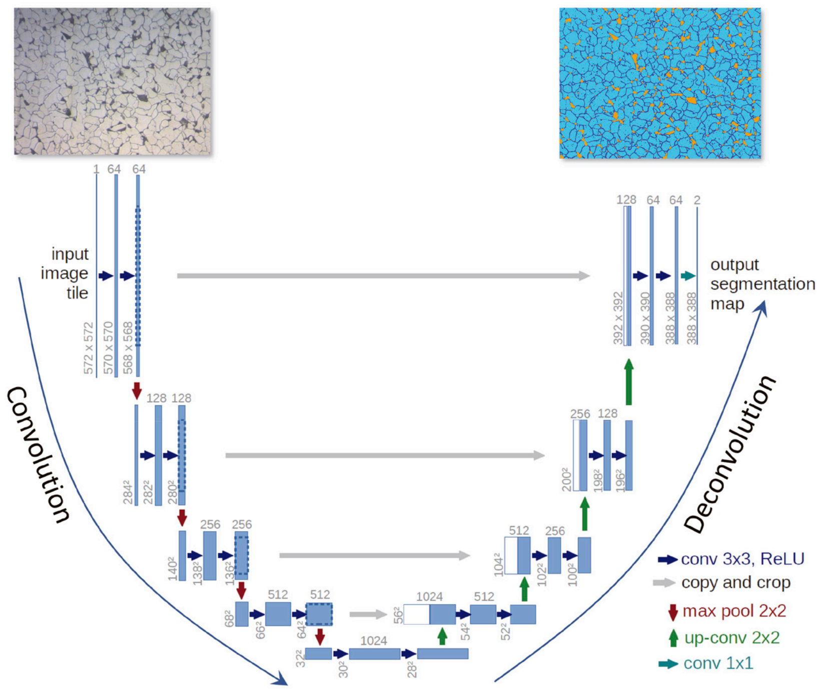

Fig.6　Architecture of U-Net.

す工夫がなされているとはいえ、効率よくセグメンテーションする手法としてはまだ今後の改良が必要であろう。

手動で画像の前処理をした後に輝度値に基づいてセグメンテーションするか、予め設計されたフィルターを使って機械学習型画像処理でセグメンテーションするか、フィルターを自習させるディープラーニング型画像処理でセグメンテーションするかの判断基準であるが、比較的簡単な画像では輝度値に基づく方法で十分な場合も多く、いたずらに時間がかかるディープラーニングの方法をいつも選択するということは避けるべきであるというのが著者の主張である。また機械学習型画像処理の場合は学習させる画像の枚数も1枚程度と少なくてもよい場合も多く、ディープラーニングによる手法よりも簡便であり、かつ識別精度もさほど見劣りしない。

2.4　材料組織の位相幾何学的特徴量（一部微分幾何学的特徴量を含む）

2.4.1　0次元特徴量

3次元物体の中で“点”の情報が0次元特徴量である。そのもっとも基本的な特徴量が、粒子の数あるいは数密度である。コンピュータ上で粒子数を数えるためには、一つの粒子を構成する画素（ピクセルあるいはボクセル）はすべて同じグループに属するという解析（ラベリング）が必要である。この時に隣接する画素の定義を、中心の画素の上下左右とする場合（4つの近接粒子）と、それに加えて斜め方向に近接粒子も含めた場合（8つの近接粒子）がある。

同じ粒子数でも、粒子が一部の場所に局在化している場合と、均一に分布している場合とで特性が変化することもあり、そのような偏在性を評価する際に、個体群生態学で使われている森下のI_δ指数が有用である。二次元画像に対しては、一定間隔のグリッドを切って、グリッド数（q）と、一つのグリッド内に存在する粒子数（x_j）を数え、式（8）より森下のI_δ指数[11]を求める（Fig.8）。

$$I_\delta = q\sum_{j=1}^{q} x_j(x_j-1) \Big/ \sum_{j=1}^{q} x_j\Big(\sum_{j=1}^{q} x_j - 1\Big) \quad \cdots\cdots (8)$$

$I_\delta>1$の場合は粒子が局在化していることを示しており、$I_\delta=1$で完全にランダム分布、$I_\delta<1$で均一分布となる。ランダム分布と均一分布の違いは、均一分布では一つの粒子の周りにはテリトリーがありその他はランダムといった点にある。グリッドのサイズを幾つか変えてI_δを求めて、グリッドのサイズ－I_δの関係図を描く。$I_\delta>1$の場合には、あるグリッドサイズでI_δの値が極大値をとり、そのグリッドサイズがクラスターのサイズに相当する。またその時のI_δの値がそのクラスターの密度を意味する。

三次元像の場合は、グリッドに替えて、一定サイズのボックスで画像を分割する。それ以外の評価方法は二次元像の場合と同じである。

2.4.2　1次元特徴量

3次元物体の中で“線”の情報が1次元特徴量である。線分が端点と分岐点を持つ場合、その座標、数、分岐数が重要な情報となる。指紋認証ではこの特徴量が用いられている。例えば、Fig.9（a）の場合、端点は2、分岐点は0となる。（b）の場合は端点3、分岐点は1であり、（c）の場合は端点2、分岐点1である。この分岐点解析をするに先立って、実際の組織画像では細線化処理を行って、1ピクセル（あるいはボクセル）サイズまで孤立して存在する物体を細くしてからこの分岐点解析[12]が行われる。

線がどの程度連結しているのかを定量評価したい場合がある。例えば、二次元で測定した大角粒界の連結性である。この場合、Rohlerら[13]が提案しているB_{01}法が有用である（Fig.10）。

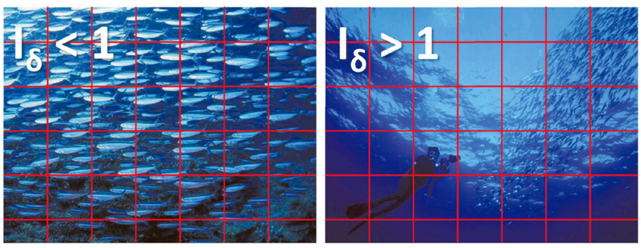

Fig.8　Analysis of particle clustering by Morishita’s I_δ index.

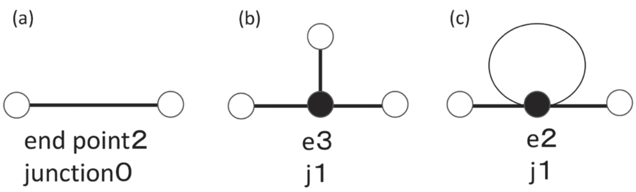

Fig.9　Analysis of branching.

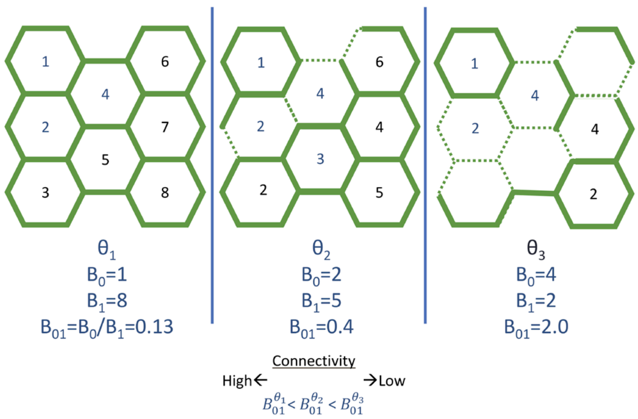

Fig.10　Connectivity assessment of line by B_{01} method.

まず連結成分の数を数えB_0とする。次に、完全な穴の数を数えB_1とする。そしてB_0/B_1の比を求めると、その値が小さいほど線が連結していることを表現している。このB_{01}法は次に述べる種数やオイラー標数を使った評価法と相関性がある。

2.4.3　2次元特徴量[14)]

3次元物体の中で“面”の情報が2次元特徴量である。粒子が分散している状態から、粒子が連結した状態を考えると、そこには貫通した穴（handleあるいはtunnelと呼ばれる）が生成する。位相幾何学では、「物体を完全に分離することなく切断できる回数」が連結性の定義であるが、Fig.11左上段図のような形状（トーラスという）では一回切断しても物体は分離しないが、2回切断すると分離してしまう。よって、連結性は1である。同様に、二人用の浮き輪形状の場合、連結性は2となり、また球形状のものの場合は一度切断すると分離してしまうので、連結性は0である。すなわち、貫通している穴の数が連結性を表している。3次元像の場合、この穴が四角柱形態であっての、円柱形態であっても連結性を考える場合はその穴の形は関係しない。上述した粒子の数や次に述べる空洞の数も考慮して、総合的に連結性を評価している指標がオイラー標数あるいは種数であり、後述する。

2.4.4　3次元特徴量[14)]

3次元物体の中で“物体”の情報が3次元特徴量である。具体的には、物体の中に空洞がある場合を考える（Fig.11 (a)）。表面のみを考慮する3次元物体がある場合、そのオイラー標数は式 (9) で与えられる。

$$\chi_{surface} = node - edge + face \quad \cdots\cdots (9)$$

ここでnode、edge、faceは物体を三角形メッシュで分割した時の頂点の数、線の数、面の数である。オイラー標数と物体の数（body）、空洞の数（void）、貫通した穴の数（tunnel）の間には以下の関係がある。また、種数（genus）との関係も式(10) は示している。

$$genus = handle - (void + body) + 1 = (2 - \chi_{surface})/2 \quad \cdots\cdots (10)$$

空洞や穴の状況によってオイラー標数や種数が変わる例をFig.12に示す。粒子中の穴が増える（連結性が増すということと等価）とオイラー標数は減少し、一方種数は増加する。したがって、貫通した穴や、空洞の数を数えることも大切であるが、組織の連結性の概要を知りたい時にはオイラー標数あるいは種数を評価することが有益となる。また、オイラー標数は昨今の三次元再構築ソフトウェアで容易に測定できるので、物体の数が分れば、貫通した穴の数あるいは空洞の数が間接的に評価できる。

ただし、この通常の位相幾何学による方法は、不完全な連結性の評価には向かない。そこで次号以降で述べるパーシステントホモロジー[5)]が注目を浴びるようになっている。パーシステントホモロジーは、不完全な穴、空洞の密度に加えて、そのサイズも評価できるので今後一層注目を浴びるであろう。また異なった画像の数学的特徴抽出手法として、銀河における星の分散の評価に用いられている二点相関法を材料工学に取り入れる工夫も始まっており、これについても次号以降で詳述する。

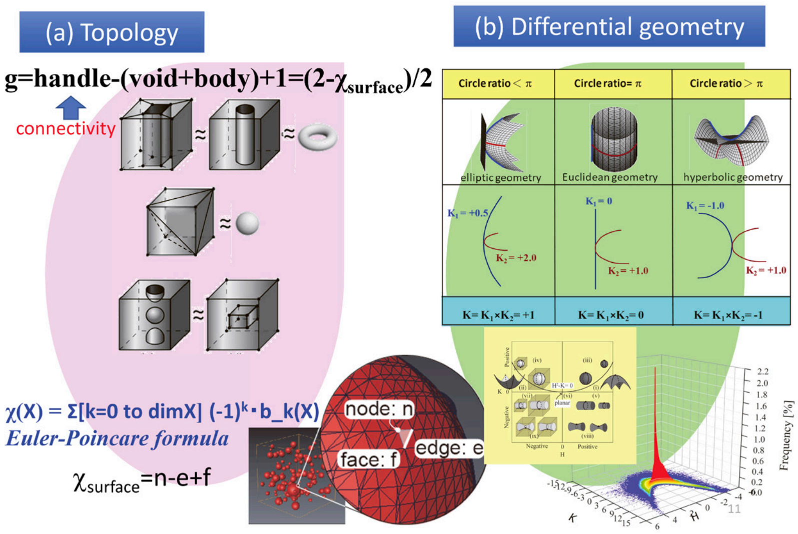

Fig.11　Morphological analysis by conventional topology and differential geometry.

Particle	Genus	Euler-Poincare	Remark
1	1	0	Piercing particle with tunnel
2	2	-2	Inner particle with two tunnels
3	-2	6	Inner particle with two voids
4	1	0	Inner particle with tunnel
5	-1	4	Inner particle with void
6	0	2	Inner particle

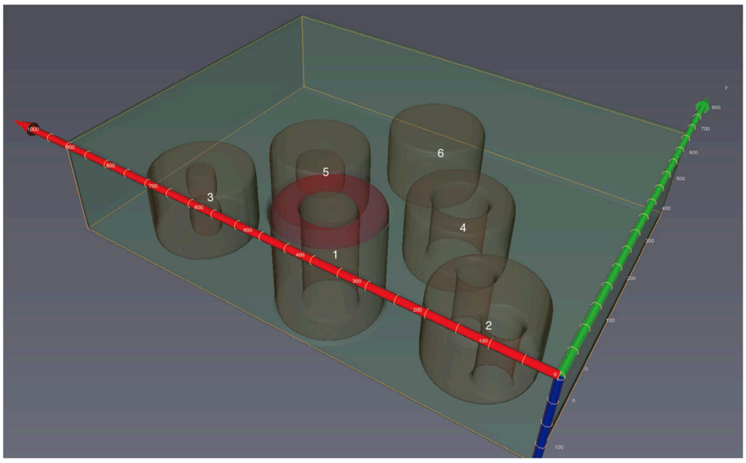

Fig.12 Topology of particles.

2.4.5 曲率[14)]

位相幾何学では物体の形の全体観を知ることができる特徴があるが、物体の局所的な形を評価したい場合がある。そのような場合に曲率を使った微分幾何学が有用である。位相幾何学が「軟らかい幾何学」と呼ばれるのに対して、微分幾何学は「硬い幾何学」と呼ばれる。物体を三角形メッシュで覆ったときに、各頂点における最大曲率と最小曲率を求める。この二つの曲率をまとめて主曲率と呼ぶ。主曲率の積をガウス曲率（K）、平均を平均曲率（H）と呼ぶ。

いま球状の物体があったときに、各頂点で主曲率を求めるとともに正の値を持つのでガウス曲率は正となり、平均曲率も正となる（Fig.11（b））。球が小さくなるほど主曲率は大きくなるので、ガウス曲率、平均曲率共に大きくなる。

対象物体が棒形状の場合、最大曲率は正の値を持つが、最小曲率は零となる。したがって、各頂点におけるガウス曲率は零となり、平均曲率は正の値をとる。棒が細くなるほど平均曲率は大きくなるが、ガウス曲率は零のままである。

対象物体が馬の鞍形状の場合を考える。最大曲率は正の値をとる一方で、最小曲率は負の値をとる。したがって、ガウス曲率は負の値をとる。平均曲率は最大曲率と最小曲率の値によって正から負の値をとりうる。

これらの様子は平均曲率―ガウス曲率の確率密度プロットを（H-Kプロット）を描くと分かり易い。原点近くは平面を表しており、平均曲率軸上では原点から離れるほど細い棒状、H^2-K＝0の放物曲線上では原点から離れるほど小さな球状に対応している。その間の領域はフットボール状の凸形状を表している。また、ガウス曲率が負の領域は馬の鞍形状に対応している。平均曲率が負の領域については以下の通りである。

物体内に空洞が空いているとしよう。この場合、正曲率はともに負となるので、ガウス曲率は正、平均曲率は負となる。物体内に円筒状の穴が空いている場合を考えよう。この場合は、正曲率は負の値と零になるので、ガウス曲率は零であり、平均曲率は負の値となる。これらの空洞や穴は平均曲率が負、ガウス曲率が正の空間に対応する。空洞や穴は見方を変えれば第二相が球、棒状であることに対応していることになる。

現在観察している三次元材料組織を上述したH-Kプロット空間上に表現すれば、局所的な形態を一つも余すことなく一つのグラフ上にプロットすることになり、全体像を把握するうえでも有益である。熱処理や変形により組織形態が変化した場合に、どの成分の形態が増減したのかは差分をとれば一目瞭然である。

この曲率による手法は微分幾何学の一部であり、先に述べた位相幾何学とは一見異なるが、穴、空洞といったように共通する形態を異なる手法で表現しているともいえる。同時に、式（11）によってガウス曲率の積算値とオイラー標数、種数は変換できることがガウス―ボンネの定理で保証されており、両評価手法は互換性がある事は注目すべき点である。

$$g = 1 - \frac{K_{total}}{4\pi} = \frac{2 - \chi_{surface}}{2} \quad \cdots\cdots (11)$$

2.4.6　積層性

積層性を評価する場合、一般的には（高速）フーリエ変換（FFT）により配向方向やその周期性を評価するが、工業材料では不明瞭、不完全な積層性を持つ第二相を定量評価したい場合がある。この場合、通常のFFT解析では明瞭なFFT像が得られない場合があり積層状態を評価できない。そこで、第二相のエッジをフィルター処理で認識して、垂直方向からのエッジの角度を測定しヒストグラム化することにより、配向性（例えば、水平、垂直、45度成分の割合）を定量評価できる（Fig.13）。このような手法は方向解析[15]と呼ばれる。

2.4.7　自己相似性（フラクタル次元）

リアス式海岸や、野菜のカリフラワーのように自然の形態には高倍率で見られるパターンが、低倍率でも見られる場合が多い。このように縮尺の違いに関わらず、同様なパターンが見られることを自己相似という。一本の線分（Fig.14 (a)）を今考えると、その1/3に縮小した短い線分4本で新たに図形を作るFig.14 (b)。続いてその新たに作成した図形の4つのパーツをそれぞれ1/3に縮小して再度より短い線分4本（計16本）で新たな図形を作る（Fig.14 (c)）。この作業を繰り返すとFig.14 (d) に示す図形ができ、この図形はKoch曲線と呼ばれる。この場合、全体を3分の1に縮小した相似図形4個で新たな図形を作っており、フラクタル次元dは式（12）で与えられる。

$$d = \log_3 4 \cong 1.26 \quad (12)$$

このKoch曲線は1次元の線が波打ってできた凹凸のある曲線とみることができ、その波打った曲線の次元はもはや1次元ではなく、2次元の面に近づいていると考えることができる。従って、フラクタル次元は拡張次元とも呼ばれている。

上記は1次元の場合であるが、より高次元の場合も同様である。例えば、正方形（Fig.14 (e)）を考えてみると、正方形を1/2に縮小してそれを4個使って新たに図形を作ると元の正方形ができる。したがってフラクタル次元は、

$$d = \log_2 4 = 2 \quad (13)$$

である。この面が波打って凹凸ができるとフラクタル次元は2〜3の値をとる。直方体（Fig.14 (f)）では、直方体を1/2に縮小してそれを8個使って新たに図形を作ると元の直方体が

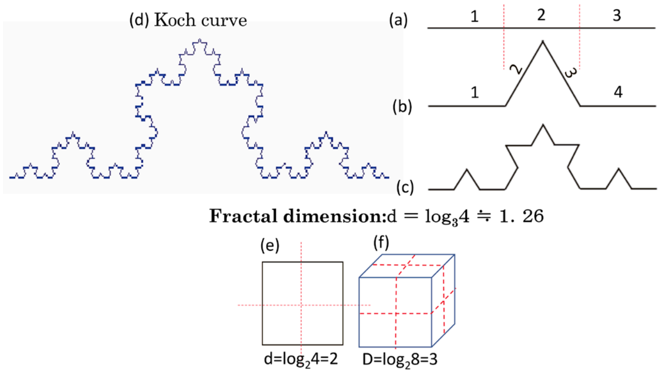

Fig.14　Explanation of fractal dimension.

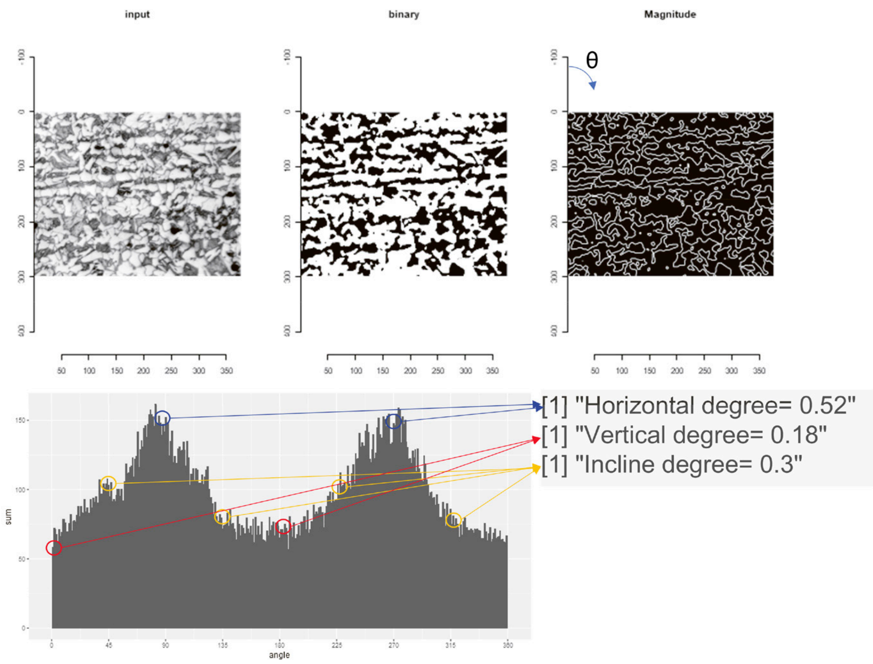

Fig.13　Direction analysis of banded structures.

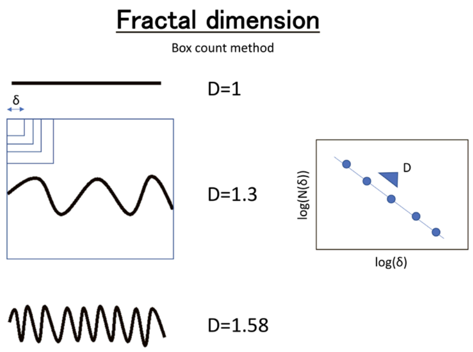

Fig.15　Fractal dimension obtained by box counting method.

できる。したがってフラクタル次元は、

$$d = \log_2 8 = 3 \quad (14)$$

であり、通常使われている次元とも矛盾しない。

二次元表面に凹凸ができるとフラクタル次元は2から3に近づくので、表面粗さの指標となりうる。

実際二次元画像の場合、Fig.15に示すボックスカウント法を使ってフラクタル次元が求められている（他の方法もある）。フラクタル次元をD、ボックスの幅をδ、フラクタル図形を含むボックスの個数をN（δ）とすると、

$$D = -\lim_{\delta \to 0} \frac{\log N(\delta)}{\log \delta} \quad (15)$$

となる。実際には極限は取れないので、様々なボックス幅についてデータ（δ，N（δ））をlog-logプロットにしたうえで線形回帰をすると、その直線の傾きがフラクタル次元になる。

2.5　metric特徴量

本稿では詳細は述べないが、メートルが関係する形態特徴量（metric特徴量）についても興味ある解析結果や解析項目が報告されている。

松浦らは、結晶粒径の評価方法を系統的に調べ、結晶粒が粒径によって多面体の種類を変えることも考慮した三次元粒径の評価方法を報告している[16]。そこでは二次元で求めた円換算の粒径と三次元で求めた球換算の粒径の比は、多面体によって変わり決して一定ではないことを報告している。切片法を使って二次元で求めた結晶粒径に一定の係数をかけて真の粒径に変換することがしばしば行われているが、その係数が多面体の種類（よって粒径）によって変化するということである。特に細粒領域では従来法では結晶粒径が過小評価されていることになり、注意が必要である。

平均結晶粒径に加えて、粒径、フェレ径、楕円近似粒径、配向角度、くびれ度、真円度/真球度、凸度の平均値とその標準偏差については基本的な組織形態情報として把握しておく必要があると思われる。

謝辞

本研究の内容の一部は名古屋大学大学院材料デザイン工学専攻の味岡史登君、塩谷晃平君の協力により行われたものである。ここに両君への感謝の意を表する。

参考文献

1）I.Arganda-Carreras, A.Cardona, V.Kaynig and J.Schindelin：Trainable Weka Segmentation, http://imagej.net/Trainable_Weka_Segmentation,（参照日：2020-1-6）
2）Y.LeCun, L.Bottou, Y.Bengio and P.Haffner：Proc. of the IEEE,（1998）, 1.
3）K.He, G.Gkioxari, P.Dollar and R.Girshick：arXiv：1703.06870v3［cs.CV］,（24 Jan 2018）
4）O.Ronneberger, P.Fischer and T.Brox：arXiv：1505.04597v1［cs.CV］,（18 May 2015）
5）H.Edelsbrunner and J.Harer：Computational Topology：An Introduction, American Mathematical Society,（2010）
6）Y.Jiao, F.H.Stillinger and S.Torquato：Physical review E, 77（2008）, 031135.
7）例えば、ディジタル画像処理, 画像情報教育振興協会,（2015）
8）塩谷晃平, Z.L.Wang, 小川登志男, 足立吉隆：材料とプロセス, 33（2020）2, 564.
9）V.Badrinarayanan, A.Kendall and R.Cipolla：arXiv：1511.00561v3［cs.CV］,（10 Oct 2016）
10）F.Ajioka, Z.L.Wang, T.Ogawa and Y.Adachi：ISIJ Int., 60（2020）5, 954.
11）M.Morishita：Mem. Fac. Sci. Kyushu Univ., Ser. E（Biol.）, 2（1959）, 215.
12）Z.L.Wang and Y.Adachi：Mater. Sci. Eng. A, 744（2019）28, 661.
13）G.S.Rohrer and H.M.Miller：Acta Mater., 58（2010）, 3805.
14）足立吉隆, 小山敏幸：3D材料組織・特性解析の基礎と応用―シリアルセクショニング実験およびフェーズフィールド法からのアプローチ―, 内田老鶴圃,（2014）
15）D.M.Coppola, H.R.Purves, A.N.Mccoy and D.Purves：Proc. Natl. Acad. Sci., 95（1998）, 4002.
16）松浦清隆, 佐藤弘孝, 伊藤洋一, 成田敏夫：鉄と鋼, 78（1992）, 1488.

（2020年1月7日受付）