入門講座

インフォマティクス入門－2

定量組織学2*

（数学的に重要な組織特徴量の抽出と類似性の評価）

Quantitative Microstructure Morphology Analysis 2

(Extraction of Mathematically Important Microstructure Features and Similarity Analysis)

名古屋大学
大学院工学研究科
材料デザイン工学専攻　教授
足立吉隆
Yoshitaka Adachi

名古屋大学
大学院工学研究科
材料デザイン工学専攻　講師
小川登志男
Toshio Ogawa

名古屋大学
大学院工学研究科
材料デザイン工学専攻　研究員
Zhi-Lei Wang

1 緒言

材料組織画像の特徴量を評価するに際しては、大きく分けて二つのアプローチがある。一つは前報[1)]で述べた人類が理解できる特徴量を抽出する方法であり、ここでは計量形態学に基づいて、二次元（結晶粒径、面積率などmetric特徴量）あるいは三次元の特徴量（連結性、分岐、曲率などの位相・微分幾何学的特徴量）が求められる。もう一つは画像の輝度値のパターンを数学的に解析する手法である。後者の特徴量は必ずしも人類が理解できるとは限らないが、組織形態の複雑性をより一層評価できる可能性がある。この手法は各座標における点の分散を数学的に解析する手法である。材料工学的に重要な特徴量であれ、数学的に重要な特徴量であれ、それらを使って画像の類似性を定量評価することが特性の理解に役立つこともあると推察される。

そこで、本稿では粒子分散状態の数学的な解析ならびに2つの画像の類似性評価に焦点を当てる。

2 2D3D計量形態学

2.1　一般的な位相幾何学を核とした定量画像解析

結晶粒径や面積率あるいは連結性などの材料組織の特徴量は人類がその物理的意味を理解できる特徴量といえる。この物理的に意味のある特徴量の抽出については、前報[1)]に詳しく書いているので、興味がある方は参照願いたい。

2.2　パーシステントホモロジーを核とした定量画像解析

完全に閉じた穴や空洞の解析にはオイラー標数や種数（Genus）が有用であるが、材料組織では不完全な穴や空洞が特性に影響を与える場合があり、その定量評価が重要である。このような不完全な穴や空洞の解析にパーシステントホモロジー[2)]が用いられる。Fig.1（a）に示すように、分散する点を少しずつ太らせていくと、やがて半径$R=r_1$で点と点が連結し、その後穴ができる。またここには示さないが、三次元の場合にはさらに太らせていくと空洞ができる。一層さらに太らせていくと、穴や空洞はやがて$R=r_2$でふさがって消滅する。線、穴、空洞成分をh0, h1, h2成分と書くことにして、その発生時期（r_1）と消滅時期（r_2）を太らせた点の半径（通常はピクセル数）を使って表現したものがパーシステント図（Fig.1（b））である。r2-r1はおおよそ潜在的な穴の直径に相当する。寿命（＝消滅時期-発生時期）が大きいほど、本質的（ロバスト）な穴あるいは空洞と考えられる。このロバストな穴はパーシステント図上では対角線から離れた点として現れる。また各点の寿命をFig.1（c）に示すバーコード図で表現する場合もある。三次元の解析例をFig.2に示す。

パーシステント図のままでは特徴量として取り出すことは難しいが、パーシステント図にx, y方向に一定間隔のグリッドを切り、その各グリッド内のプロット数をカーネル密度として算出すると（ベクトル化していることになる）、グリッド番号が記述子となり、カーネル密度がその強度となる。こうすることで、機械学習などのデータとして取り扱うことができる。更に、対角線からの距離によって、プロットの重み

＊　本内容は日本表面真空学会編『図説 表面分析ハンドブック』に掲載されたものと重複する内容を含みます。

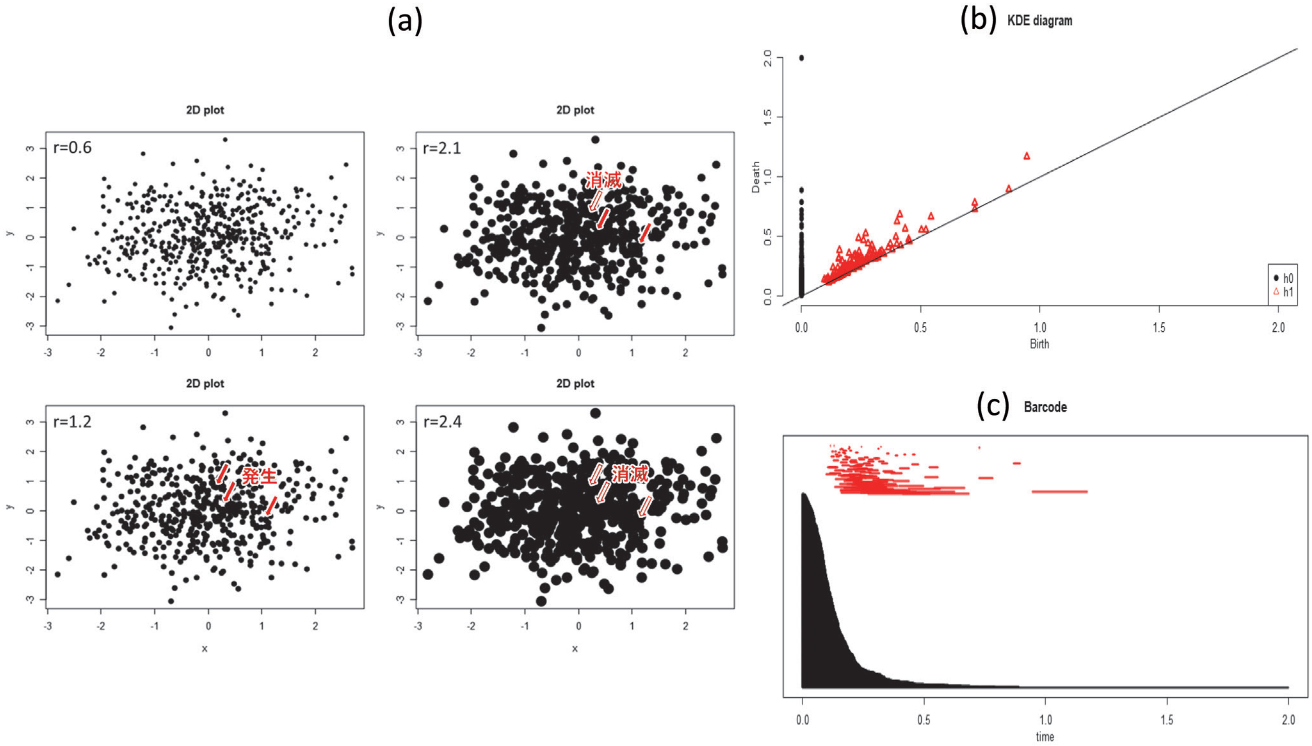


Fig.1　2D persistent homology analysis.

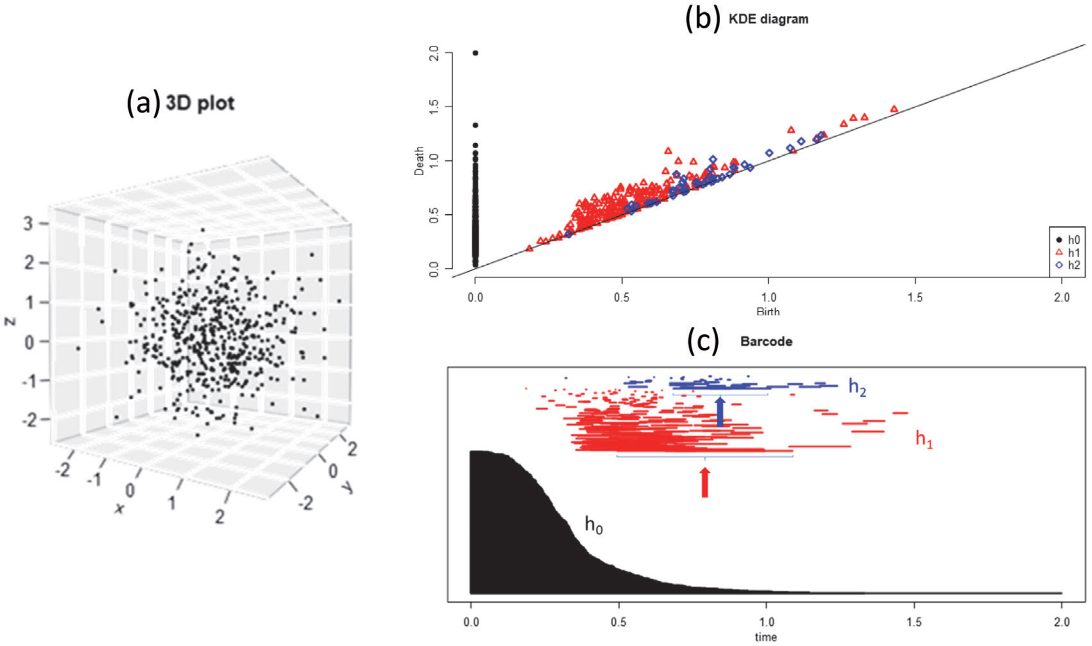


Fig.2　3D persistent homology analysis.

づけを行ったうえで、ベクトル化した方（パーシステントイメージ：PIと呼ばれる）がベクトル情報により物理的意味を持たせることができる。PIは式（1）で与えられる[3)]。

$$PI = \sum_{h=1}^{p} w(b_h, d_h) K_h \quad \cdots\cdots (1)$$

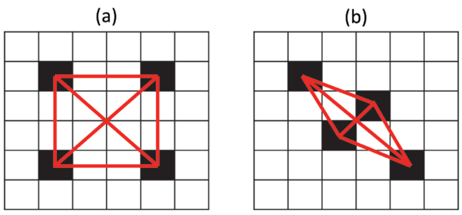
ここで p は1あるいは2の値をとり、リング、空洞に対応する。b_h と d_h はそれぞれリングあるいは空洞が生成、消滅するサイズであり、K_h はカーネル密度である。重み係数 w（b_h, d_h）は式（2）で与えられる。Cは定数である。

$$w\left(b_h,d_h\right)=\arctan\left(C\left(d_h-b_h\right)^p\right) \quad \cdots\cdots (2)$$

3 輝度値のパターン解析

3.1　二点相関関数（Two-point correlation function：TCF）

画像とは各（x, y）座標における輝度値（あるいはRGB値）の集合である。この輝度値のパターンを解析することにより、その画像の特徴が評価できる。画像の中の一点一点は銀河の中における星と類似しており、星の分布を数学的に表現する際に用いられている二点相関関数が画像の中の輝度値分散の解析にも有用である[4]。二点相関により、ある距離rの場所に同じ輝度値を持つ点のペアが幾つあるかを解析でき、rが記述子であり、その量がペアの数である。したがって、多くの記述子があることになり、画像の特徴を簡潔に表現するには少々問題があるが、主成分分析やオートエンコーダなどによる次元削減の方法を併用して特徴量とすることができる。Fig.3（a）は6×6ピクセルの中に4つの黒点があり、ここでは黒点の二相相関を考える（周期境界条件を仮定する）。$r=3$に4つのペアが存在し、$r=\sqrt{18}$に2つのペアが存在する。Fig.3（b）では、$r=\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{18}$にそれぞれペアが1, 4, 1つ存在する。画像（a）と（b）が記述子rで定量評価できているということである。より複雑な画像に関しては、次の二点相関関数（S_2（r））によりこの二点ペアの数（P（r））が計算できる。I（i），（j）は左隅からi, j番目の座標の輝度値である。二値化画像の黒点を対象とする場合は、黒点のI（i）＝1であり、周囲の白い領域ではI（i）＝0となる。二点相関関数により、フェライト—マルテンサイト二相組織鋼の組織を解析した結果をFig.4に示す。なお、P（0）の二倍は黒点ピクセルの数であり、したがって全ピクセル数で除することにより面積率に対応する。



r	1	√2	2	√5	√8	3	√10	√13	√18
A						4			2
B		1		4					1

Fig.3　An explanation of two-point correlation function analysis.

$$S_2(r)=\frac{1}{N\omega_r}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}I(i)I(j)D_r(i,j)$$

$$\omega_r=\sum_i D_r(i,j),\ ここで\ |i-j|=r の時 \quad \cdots\cdots (3)$$

$$D_r(i,j)=1,\ else\ \ 0$$

$$P(r)=\ N\omega_r S_2(r)/2$$

二点相関関数は自動で記述子rを抽出する素晴らしい方法であるが、記述子rとその量（P（r））の物的な意味が理解しにくいことと、複雑な画像の違いを表現できるのかについては不明な点も多く、今後の評価を待ちたい。

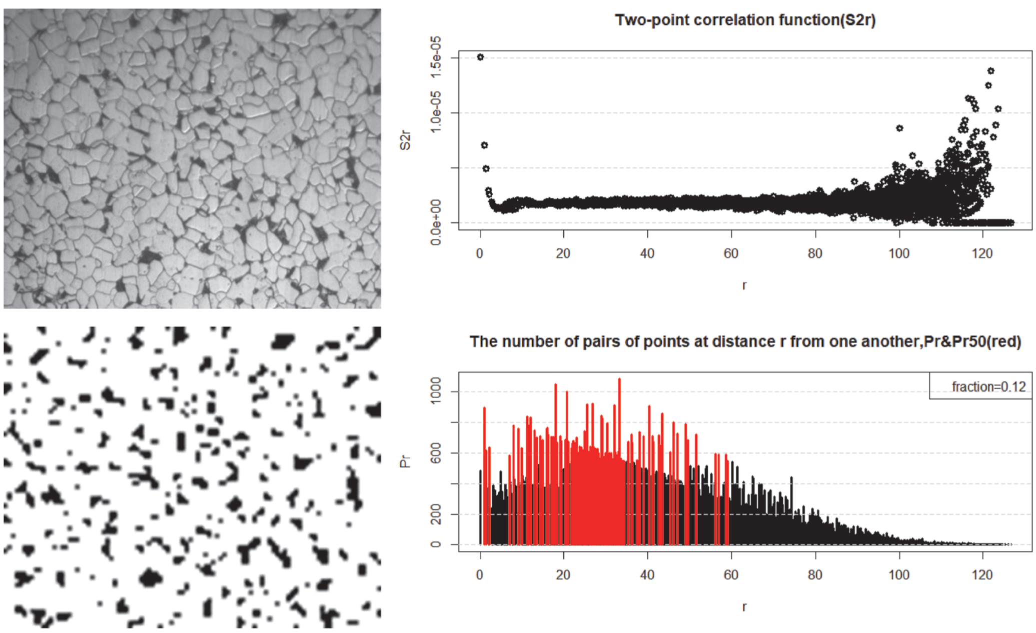


Fig.4　Analysis result by two-point correlation function.

3.2　自己相関関数・相互相関関数

組織画像に周期性がある場合、原画像から画像をずらしていくとある距離ずらしたところで画像がよく一致するところがある。この画像の重なりとずらす距離（lagという。二点相関関数のrと同義。）の関係を表現するのが自己相関関数（Auto-correlation function：ACF）である。同じ画像ではなく、異なる画像の類似度を評価する場合が相互相関関数（Cross correlation function：CCF）というが、関数はACFと同じである。ACF, CCFは次の関数z（τ）で表され、x_iはi位置における画像の輝度値、x_{i+h}はhだけずらした画像の輝度値である。

$$z(h)=\int_{-\infty}^{\infty} x_i x_{i+h}\,dt \quad \cdots\cdots (4)$$

Fig.5（a），（b）にチェック模様の画像のACF, CCF解析の結果を示す。ここでは輝度値を左上隅から右下隅まで一列に並べてベクトル化し、その相関を調べている。

なお、N次の自己相関関数は次式で与えられる。

$$x(a_1,\cdots,a_N)=\int f(r)f(r+a_1)\cdots f(r+a_N)\,dr \quad \cdots\cdots (5)$$

4　画像間の類似性評価

4.1　正規化相互相関係数

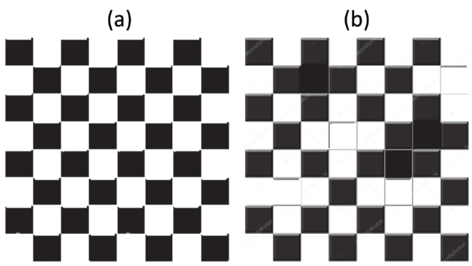
二つの画像の同じ場所における輝度値（x_{ij}, y_{ij}）の相関を調べ、それを全領域にわたって調べているのが相互相関係数であり、それを輝度値の和で正規化しているものが正規化相互相関係数である。また、二種類の画像間で全体的に輝度値が異なっていても相関を調べることができるようにそれぞれの画像の輝度値の平均値をひく場合があり、英語ではこの関数をzero-mean normalized cross-correlationと呼び、次式で与えられる[5]。

$$t=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\{x_{ij}-\bar{x})(y_{ij}-\bar{y})\}}{\sqrt{\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(x_{ij}-\bar{x})^2\}\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(y_{ij}-\bar{y})^2\}}} \quad \cdots\cdots (6)$$

正規化相互相関係数による画像比較は、同じ座標における輝度値の一致を評価していることから、同じ画像でも少しずれるとその値が急激に小さくなってしまい、位置のロバスト性が低い手法といえる。4枚の組織像に対して、正規化相互相関係数を計算した結果をFig.6に示す。これに対して、前述した自己相関関数・相互相関関数は、2枚の画像をずらした場合（Fig.6右下図の裾野の部分）の一致度を併せて評価していることが特徴である。

4.2　相互情報量

相互情報量（mutual information：MI）とは、Bの画像の特徴を知る前後でのAの画像の特徴の曖昧さ（前：H（A），後：H（A｜B））の減少量をいう[6]。別の表現をすると、Bの画像の特徴を知ったうえで得たAの画像の特徴に関する情報量ともいえる。MIは次式で与えられる。単位はビットである。p（a_i）



	相関係数	相互情報量
a-a	1.00	0.99
a-b	0.73	0.64

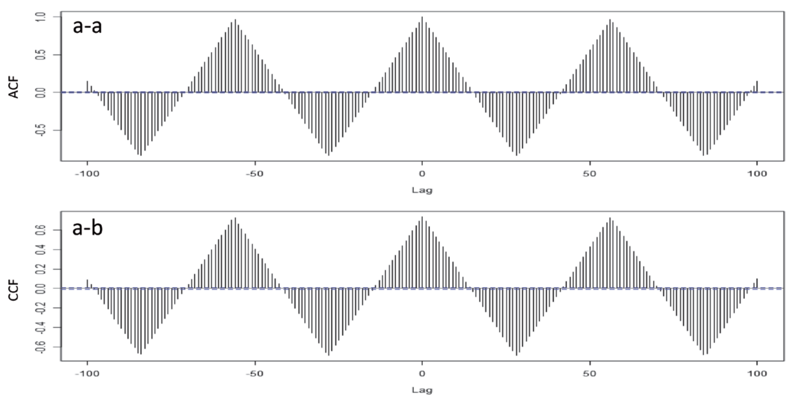
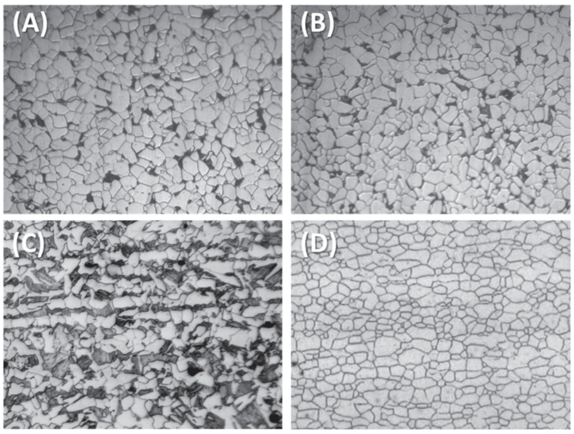


Fig.5　Analysis result by normalized cross-correlation coefficient and cross-correlation function.



Zero-mean normalized cross-correlation coefficient

	A	B	C	D
A	1.000	0.376	0.071	0.003
B	0.376	1.000	-0.057	0.002
C	0.071	-0.057	1.000	-0.014
D	0.003	0.002	-0.014	1.000

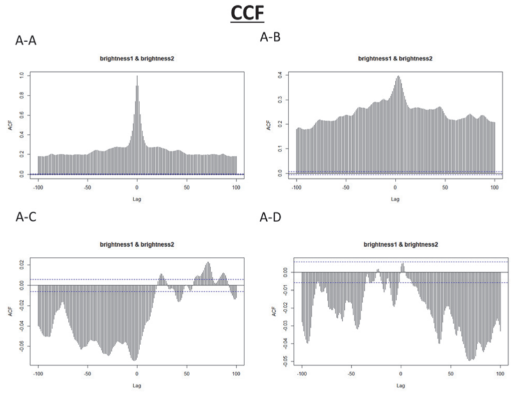


Fig.6　Analysis result by normalized cross-correlation coefficient and cross-correlation function.

はi座標における輝度値aが生じる確率であり、輝度値aを知ることによって得られる情報量は$-\log_2 p$で表される。個々の座標における輝度値a_iの値を知った時に得られる平均情報量（H(A)）は、それぞれの輝度値となる確率を重み付き平均した値になり、これを平均情報量（あるいは情報エントロピー）と呼ぶ。輝度値が大きくばらつく画像は情報エントロピーが高く、コントラストが小さい画像はエントロピーが小さい。

$$
\begin{aligned}
\mathrm{MI}(\mathrm{A,B}) &= \mathrm{H}(\mathrm{A}) - \mathrm{H}(\mathrm{A}\,|\,\mathrm{B}) = -\textstyle\sum_{i=1}^{m} p(a_i)\log_2 p(a_i) \\
&\quad + \textstyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} p(a_i,b_j)\log_2 p(a_i|\,b_j) \\
&= -\textstyle\sum_{i=1}^{m}\left\{\sum_{j=1}^{n} p(a_i,b_j)\right\}\sum_{j=1}^{n}\log_2 p(a_i) \\
&\quad + \textstyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p(a_i,b_j)\log_2 p(a_i|\,b_j) \\
&= -\textstyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p(a_i,b_j)\log_2 p(a_i) \\
&\quad + \textstyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p(a_i,b_j)\log_2 p(a_i|\,b_j) \\
&= \textstyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p(a_i,b_j)\log_2 \dfrac{p(a_i|\,b_j)}{p(a_i)} \\
&= \textstyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p(a_i,b_j)\log_2 \dfrac{p(a_i,b_j)}{p(a_i)\,p(b_j)}
\end{aligned}
\tag{7}
$$

$$
\mathrm{H}(\mathrm{A}) = \sum_{i=1}^{m} p(a_i)H(a_i) = -\sum_{i=1}^{m} p(a_i)\log_2 p(a_i) \tag{8}
$$

相互情報量による画像比較は、正規化相互相関係数と同様に、同じ座標における輝度値の一致を評価していることから、同じ画像でも少しずれるとその値が急激に小さくなってしまい、位置のロバスト性が低い手法といえる。

4.3　最尤法による混合正規確率密度分布解析

組織画像の輝度値（x_i）をヒストグラム化し、そのヒストグラムが二つの正規分布確率密度関数（式(2)）の重ね合わせでフィットできるという仮定の下、その平均値（μ）、標準偏差（σ）、二つの正規分布関数の割合（lambda）を最尤法で求めて[7]、二つの画像のそれぞれ三つの値の類似性より材料組織の類似性を評価することができる。

$$
p(x_i) = N(\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} exp\left\{-\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \tag{9}
$$

最尤法とは、正規分布などの確率密度関数に従うデータが生じる確率（密度）の同時確率（連続データの場合同時分布）

$$
L(\mu,\sigma) = \prod_{i=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{(x_i-\mu)^2}{\sigma^2}\right) \tag{10}
$$

が最大になる時の、確率密度関数のパラメータ（正規分布の場合は平均値（μ）と標準偏差（σ））を最適解とする尤度法を意味する。正規分布の尤度は積で与えられるが、その計算は煩雑であるので、通常、対数尤度を最大にするパラメータ（μ，σ）が求められる。

$$
\begin{aligned}
\log(L(\mu,\sigma)) &= \log\left(\textstyle\prod_{i=1}^{n}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\dfrac{1}{2}\dfrac{(x_i-\mu)^2}{\sigma^2}\right)\right) \\
&= -\frac{N}{2}\log(2\pi) - \frac{N}{2}\log(\sigma^2) - \frac{1}{2}\textstyle\sum_{i=1}^{n}\dfrac{(x_i-\mu)^2}{\sigma^2}
\end{aligned}
\tag{11}
$$

本手法も、2枚の画像があるだけで画像比較ができ、複数の

画像を使った学習用データが不要である。Fig.6で用いた4枚の画像を対象に輝度値のピークフィッティングを行った例をFig.7に示す。

4.4　組織特徴量の主成分分析

画像から物理的に意味のある特徴量を複数抽出し、その特徴量を主成分分析（Principal component analysis：PCA）[8] するということは、多次元情報を低次元情報に圧縮して類似性を評価することを意味する。主成分分析では、多次元データを例えば二次元座標に射影する際に、分散が最大および二番目となる軸を探し、その二軸を主成分軸として元データを射影する（一例をFig.8に示す）。類似しているデータは主成分座標で近くにプロットされる。主成分軸を見つけるということは、固有値と固有ベクトルを見つけるということと等価

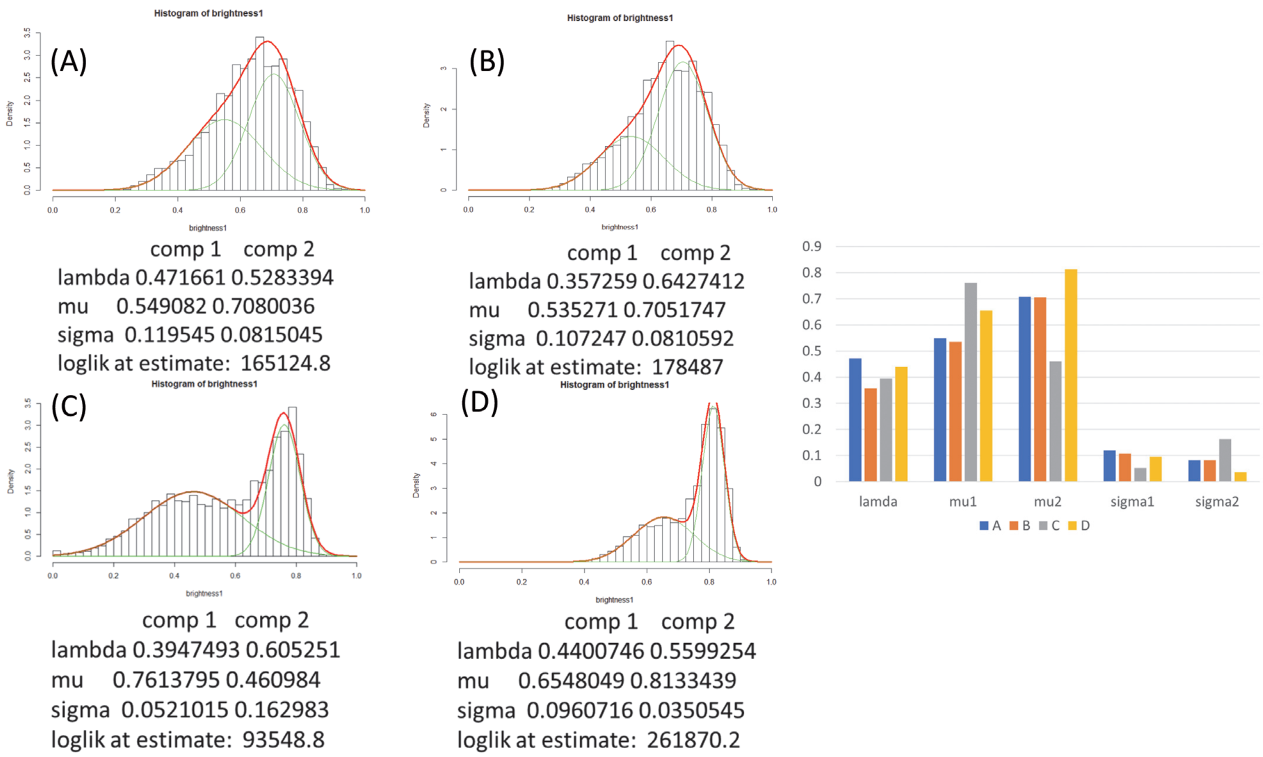


Fig.7　Gaussian mixture model powered by likelihood method.

Class	2D Count	2D %Areaの平均値	2D Circ.の平均値	2D Solidityの平均値	楕円長径の平均値	楕円短径の平均値	楕円長径角度の平均値	最大フェレ径の平均値	最小フェレ径の平均値	最大フェレ径角度の平均値
A=1	141	11.664	0.712	0.822	17.761	9.716	98.828	19.779	11.624	100.068
B=2	171	12.167	0.723	0.826	16.494	9.03	89.315	18.341	10.712	97.304
C=3	136	20.842	0.611	0.789	24.845	11.631	88.477	28.097	14.502	87.439
D=4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

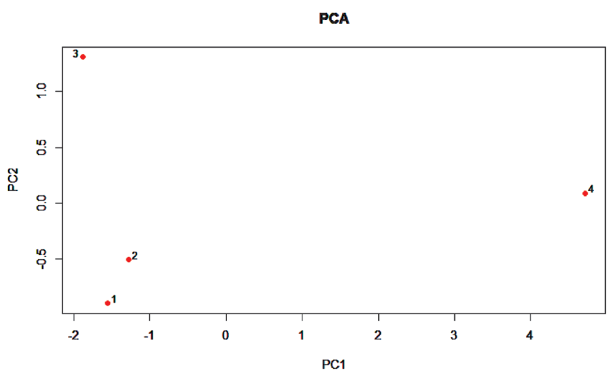


Fig.8　Principal component analysis.

である。本手法では、複数の画像の特徴量の相対比較で、対象とする2枚の画像を比較するので、複数の画像の特徴量が必要である。多次元データをもとの空間で一度PCAしても良好な主軸を見つけることができない場合がある。その場合は、元の空間をより高次の空間に射影したうえでPCAし主軸を見つける手法があり、カーネル主成分PCAといわれる。データ間に非線形の関係がある場合の主成分を見つけたい場合に、カーネル主成分分析は有効といわれている。

主成分分析と類似する方法で、教師なし学習のニューラルネットワークを使った方法としてオートエンコーダがあるが、詳細は割愛する。

4.5　組織特徴量の自己組織化マップ

自己組織化マップ（self-organizing map：SOM）[9] は、PCAと同様に多次元データを低次元空間に射影する手法である。PCAが単に数学的に分散が最大となる主軸を見つけてデータを一括射影したのに対して、SOMでは次に述べるように特徴量が物理的に類似しているデータを徐々に近くに集めてくるという手法である。SOMでの処理過程は以下のとおりである（Fig.9）。

①【勝者ニューロンの決定】n個の特徴量を持つ元データ$\boldsymbol{X}_i$と同様にn個の特徴量を持つ射影空間座標ニューロン$\boldsymbol{M}_{i,j}$間のユークリッド距離を評価し最も近いニューロンを勝者ニューロンとする。ここでは例として$\boldsymbol{M}_{3,6}$を勝者ニューロンとする。

$$min(d)=\left\|\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{M}_{i,j}\right\|=\sum_{n=1}^{n}(x_{i,n}-m_{i,j,n})^2 \quad (12)$$

②【ニューロンの修正】ニューロンの特徴量を、元データをより一層表現するように、式（13）に従って修正する。

$$\boldsymbol{M}_{3,6}^{new}=\boldsymbol{M}_{3,6}+\alpha\left(\boldsymbol{X}_i-\boldsymbol{M}_{3,6}\right) \quad (13)$$

α：学習率（0＜α＜1）

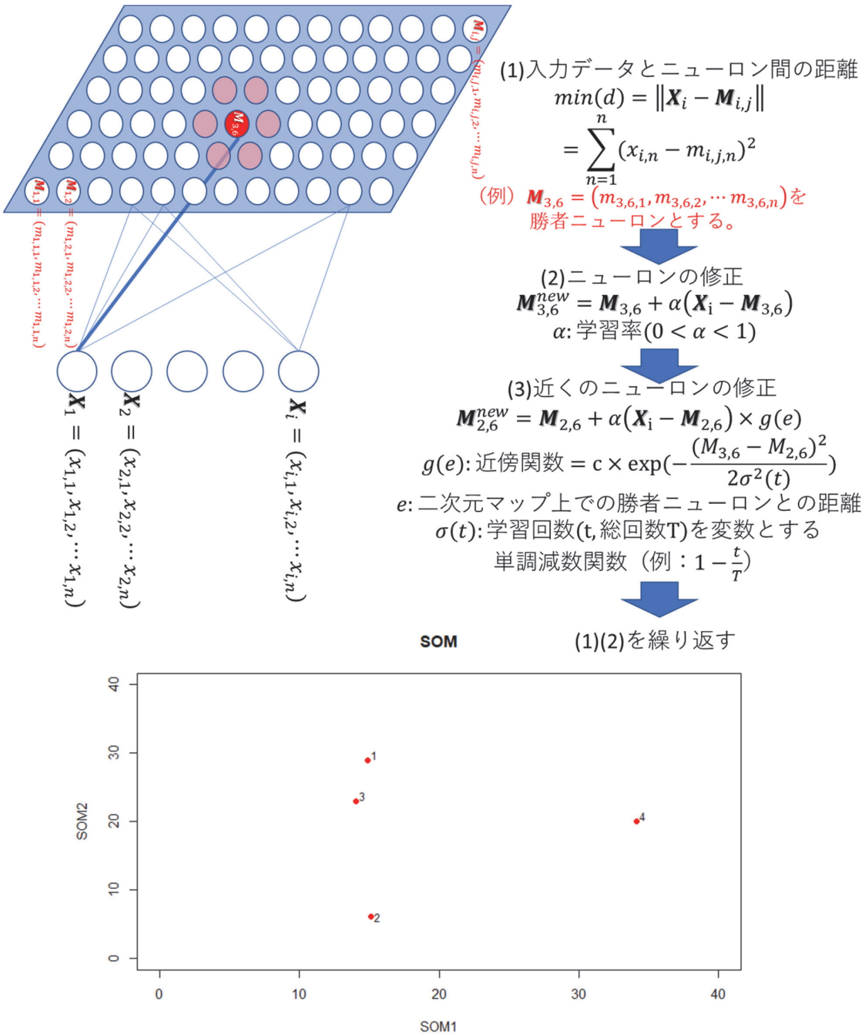


Fig.9　Self-organizing map.

③【近くのニューロンの修正】勝者ニューロンの近くのニューロン（例えば$\boldsymbol{M}_{2,6}$）を式（14）に従って勝者ニューロンほどではないが修正する。ここでg（e）は近傍関数式（15）であり、二次元ニューロンマップ上での勝者ニューロンとの距離を表現する。$\sigma(t)$は総回数Tとした時の学習回数tを変数とする単調減数関数であり、最も簡単な関数としては1-t/Tがある。cは係数である。

$$\boldsymbol{M}_{2,6}^{new} = \boldsymbol{M}_{2,6} + \alpha\left(\boldsymbol{X}_i - \boldsymbol{M}_{2,6}\right) \times g\left(e\right) \quad (14)$$

$$g\left(e\right) := \mathrm{c} \times \exp\left(-\frac{(M_{3,6} - M_{2,6})^2}{2\sigma^2\left(t\right)}\right) \quad (15)$$

②③を繰り返すうちに、内容が類似しているデータはこの射影空間上で近くにプロットされるようになる。本手法では、複数の画像の特徴量を学習した上で、対象とする2枚の画像を比較するので、複数の画像の特徴量が必要である。

4.6　ディープラーニングによる組織識別

画像にフィルターを与えて特徴量（人間が想像する物理的に意味のある特徴量とは異なる）を抽出し、その特徴量と物体名をニューラルネットワークなどの識別器で関連付けるといった点では、機械学習型の画像処理[10]とディープラーニングは同じである（前報[1]で詳細は説明）。ただし、機械学習型画像処理では専門家が予め設計したフィルターをあたえるのに対して、ディープラーニングでは特徴量が物体名にできるだけ関連付けられるようにコンピュータが自ら学習してフィルターを設計しそれを使う点が異なる。特徴量を抽出する過程では、画像（輝度値の行列）にフィルター（小さな行列）を与えて内積値をとり、フィルターを適用する画像の場所を少しずつ変えながら同様な操作を繰り返して、第1段階目の特徴量抽出を行う[11]。この過程を畳み込み（convolution）という。続いて、畳み込みで得た特徴量行列を小分割し、その中の代表値（例えば最大値）を抽出する。この過程をプーリングという。畳み込み、プーリングにより、当初大きかった画像の輝度値の行列から次元圧縮された特徴量が得られる。複数のフィルターを与えて、複数の特徴量を表現する行列を得る。この畳み込み、プーリングを繰り返した後、最終的に複数の小さな行列を全結合しベクトル化し、その回答が物体名となるようにその間をニューラルネットワークを用いてモデル化する。

この手法は物体の類似性の評価というよりは、物体識別に向いている。本手法では、複数の画像の特徴量を予め学習させておいた上で対象とする画像を識別するので、複数の画像が必要である。著者らは材料組織の認識に畳み込みニューラルネットワーク（Convolutional neural network：CNN）が有用であることを報告した（Fig.10）[12]。

4.7　画像中の対象領域の自動抽出技術の重要性

輝度値についても、特徴量抽出についても、組織画像中から対象領域をセグメンテーションした後で行われる解析であるが、このセグメンテーションに従来大変時間を要している点が問題である。ここに様々な機械学習の手法を適用して、自動セグメンテーションをする手法として、機械学習型画像処理, region with convolutional network（R-CNN）[13], fully

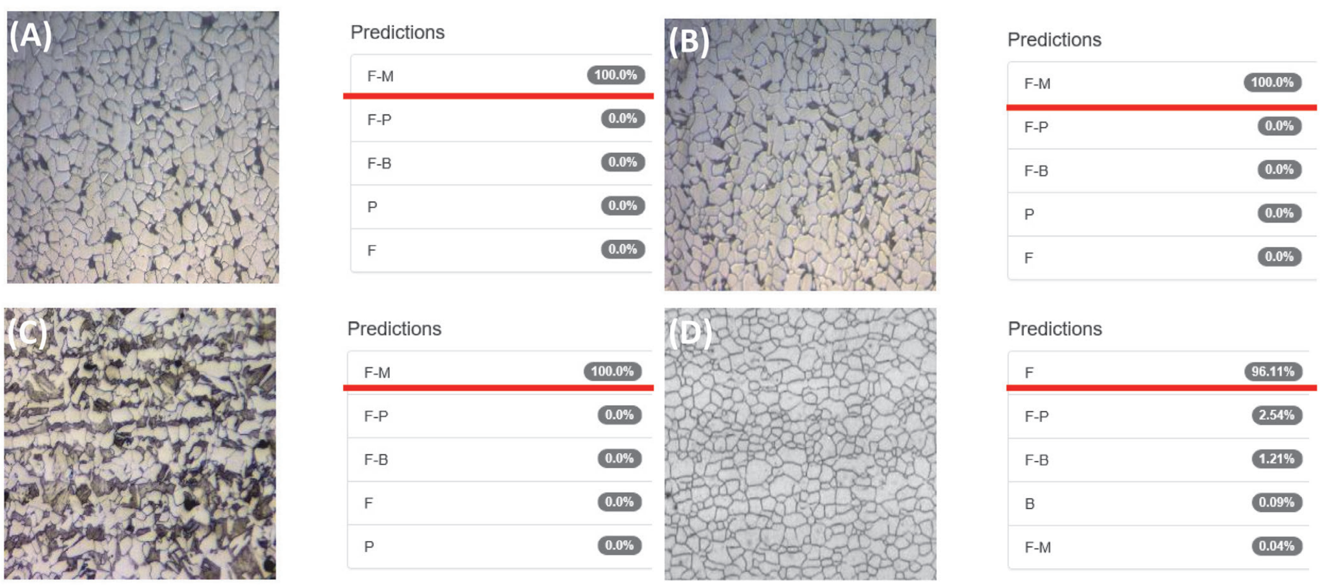


Fig.10　Microstructure recognition by convolutional neural network[12].

convolutional network（FCN）[14] などがある。R-CNNもFCNもエンコーディング過程で画像を畳み込んで次元を削減し、それをデコーディングして画像抽出を行っているため細かい部分の領域抽出は必ずしも得意ではないが、元画像と畳み込んだ画像の両方の情報を使ってデコーディングする新しいアルゴリズムとしてU-Netがあり、高精度の領域抽出法として注目を集めている。U-Netはエンコーディング過程では全層畳み込みを行っているのでFCNの一種とみることができる。

5 材料情報統合システム

以上に述べた画像解析を手動で行っていては時間がかかりすぎるが、近年ではプログラミング言語PythonやRの様々なパッケージが用意されており、コンピュータ上で自動解析することが可能である。材料関係では、画像解析、組織－特性間の順解析および逆解析を一気通貫で行うことができる材料情報統合システムMIPHA[15]、shinyMIPHA[16] が提供されている。MIPHAは人間が理解できる画像の特徴量抽出を得意としており、一方shinyMIPHAは輝度値のパターン解析とパーシステントホモロジー解析、二点相関関数が実装されている。本稿で用いた図の大半はshinyMIPHAを使って作成したものである。

6 まとめ

材料組織画像の特徴量を抽出することは、材料工学の基本であり、また昨今のデータサイエンスによる材料開発の促進を進めるうえでも重要である。その特徴量には、人類が物理的意味を理解できる特徴量と、輝度値のパターンがある。また、画像の類似性を定量的に評価することも特性を理解するうえで有益と思われる。

謝辞

本研究の内容の一部は名古屋大学大学院材料デザイン工学専攻の福井ちひろ君の協力により行われたものである。ここに感謝の気持ちを表する。

参考文献

1）足立吉隆, Zhi-Lei Wang, 小川登志男：ふぇらむ, 25(2020) 9, 569.
2）H. Edelsbrunner and J. Harer：Computational Topology：An Introduction, American Mathematical Society,（2010）
3）H. Adams, S. Chepushtanova, T. Emerson, E. Hanson, M. Kirby, F. Motta, R. Neville, C. Peterson, P. Shipman and L. Ziegelmeier：J. Mach. Learn. Res., 18（2017）, 1.
4）Y. Jiao, F. H. Stillinger and S. Torquato：Phys. Rev. E, 77（2008）, 031135.
5）A. Kraskov, H. Stögbauer and P. Grassberger：Phys. Rev. E, 69（2004）, 066138.
6）J. D. Hamilton：Time series analysis, NJ：Princeton University press, Princeton, 2（1994）, 690.
7）J. Martin and J. L. Crowley：Comparison of correlation techniques, Intelligent Autonomous Systems,（1995）, 86.
8）H. Hotelling：J. Educ. Psychol., 24（1993）, 417.
9）T. Kohonen：P. IEEE, 78（1990）, 1464.
10）I. Arganda-Carreras, A. Cardona, V. Kaynig and J. Schindelin：Trainable Weka Segmentation, http://imagej.net/Trainable_Weka_Segmentation,（参照日：2020-1-6）
11）Y. LeCun, L. Bottou, Y. Bengio and P. Haffner：Proc. of the IEEE,（1998）, 1.
12）足立吉隆, 田口茂樹, 弘川奨悟：鉄と鋼, 102（2016）12, 722.
13）R. GirshickandJ, P. N. Fotheringham-Smytheand and G. Gamow：In International Conference on Computer Vision（ICCV）,（2015）
14）J. Long, E. Shelhamer and T. Darrell：Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition, IEEE, USA,（2015）, 3431.
15）Z. L. Wang and Y. Adachi：Mater. Sci. Eng. A, 744（2019）28, 661.
16）Z. L. Wang, T. Ogawa and Y. Adachi：Journal of Advanced Theory and Simulations, 1900177（2019）, 1.

（2020年1月7日受付）