



# 入門講座

伝熱工学 - 1

## 伝熱基礎

Heat Transfer Fundamentals

高田保之 九州大学 大学院工学研究院  
機械工学部門  
Yasuyuki Takata 教授

### 1 はじめに

伝熱工学は熱の移動を取り扱う学問であり、機械工学系学科において熱力学を学んだ後に学習する熱関係の重要科目の一つである。熱はエネルギーの一形態であり、熱力学では主に熱と機械仕事の関係を議論するのに対し、伝熱工学では熱力学で求められた熱量を移動させるのに必要な伝熱面積や温度差を知ることができる。すなわち処理すべき伝熱量や温度条件が与えられた場合に、どのような伝熱様式で熱を移動させるべきか、また伝熱面の形状、寸法、材質などを決定する実学である。

よく知られているように、伝熱様式には伝導 (conduction)、対流 (convection)、ふく射 (radiation) の3つの形態がある。鉄鋼の製造プロセスにおいては、この3つの伝熱様式以外にも固液相変化 (融解・凝固)、気液相変化 (沸騰・蒸発) を伴う伝熱形態が表れる。固液相変化は製鋼プロセスなどで鋼材自身が経験する相変化現象であり、気液相変化は水冷プロセスなどにおいて鋼材表面で生じる相変化現象である。また、熱処理の過程で生じる相変態による発熱・吸熱現象などもあり、熱伝導だけでも結構複雑な事象を取り扱うことが多い。

本入門講座は、基礎編6回と応用編4回から構成される。基礎編は、鉄鋼・製造プロセスに対応して、通常の伝熱工学のテキストとは少し異なる章立てとなっている。講座の内容と執筆者は以下の通りである。

- 基礎① 伝熱基礎 高田保之 (九州大学)
- 基礎② 伝導伝熱 永井二郎 (福井大学)
- 基礎③ ふく射伝熱 櫻井篤 (新潟大学)
- 基礎④ 対流伝熱 森 昌司 (九州大学)
- 基礎⑤ 融解・凝固を伴う伝熱 大久保英敏 (早稲田大学)
- 基礎⑥ 沸騰・蒸発を伴う伝熱 丹下 学 (芝浦工業大学)
- 応用① 熱交換技術 倉掛 優 (日鉄エンジニアリング)
- 応用② 加熱技術 中村祐二 (豊橋技術科学大学)

応用③ 冷却技術 上岡悟史 (JFE スチール)

応用④ 断熱技術 大村高弘 (和歌山工業高等専門学校)

今回の入門講座では、少なくとも基礎編については用語と使用記号をできるだけ統一することとし、日本機械学会テキストシリーズ「伝熱工学」<sup>1)</sup>と基本的に同じものを採用している。また、基礎編の各回には、必ず計算事例を紹介し、熱伝達率等の計算の仕方を理解できるように工夫した。紙面の都合上、伝熱工学の全内容を網羅的に解説することはできないので、さらに深い内容を理解したい場合は上述のテキスト等を参考にしていきたい。

### 2 伝熱の基礎と法則

#### 2.1 伝導伝熱とフーリエの法則

伝導は物質を構成する分子間でエネルギーを交換しながら熱輸送をする最も基本的な伝熱様式である。図1-1に示すように、熱は物質の内部を熱伝導により温度の高い方から低い方へ流れる。物質と書いたのは、熱伝導は固体だけでなく、流体 (液体、気体) 内部でも生じているからである。単位面積、単位時間にある断面を通過する熱量、すなわち伝熱量  $\dot{Q}$  (W)

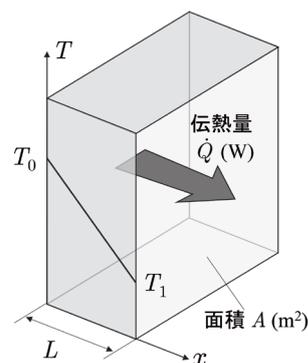


図1-1 熱伝導による熱の流れ

を伝熱面積  $A$  ( $\text{m}^2$ ) で除したものを熱流束 (heat flux)  $q$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) といい、次式で定義される。

$$q = \dot{Q} / A \quad \text{..... (1-1)}$$

熱伝導においては、熱流束は温度勾配に比例する。これをフーリエの法則 (Fourier's law) といい次式で表される。

$$q = -k \frac{dT}{dx} \quad \text{..... (1-2)}$$

ここに、 $k$ は熱伝導率 ( $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ) である。式 (1-2) にマイナスの符号が付いているのは、熱の流れる方向が正の値となるようにしてあるからである。図1-1の熱伝導の場合は、熱伝導率が一定であれば物質内部は直線的な温度分布となり、熱流束は

$$q = -k \frac{dT}{dx} = -k \frac{T_1 - T_0}{L} \quad \text{..... (1-3)}$$

で計算される。表1-1に気体、液体、固体の熱伝導率の概略値を示す。各物質の正確な熱伝導率の値については文献4)を参照されたい。

### 2.2 対流伝熱とニュートンの冷却法則

対流は、液体や気体などの流体自身が移動することにより熱を輸送する伝熱様式である。対流の駆動方式により、強制対流と自然対流、その中間の共存対流に分類される。また、流動様式により層流と乱流、外部流れか内部流れ (管内流)、あるいは気液相変化を伴う対流か単相流かによる分類も行われる。

図1-2に、境界層の概念と速度分布および温度分布の特徴を示す。対流伝熱では、固体壁面近傍に速度および温度が垂直方向に急激に変化する領域が存在しており、これを境界層 (boundary layer) という。境界層の厚さは、主流の値の99%の値となる位置と定義されている。速度および温度それぞれの境界層の厚さは一般に同じではなく、流体の動粘度と熱拡散率の比で定義されるプラントル数 ( $Pr$ ) の値に応じてどちらが相対的に厚いかが決まる。

固体壁面と流体との間の熱輸送において、ニュートンの冷

表1-1 物質の熱伝導率の概略値

物質の種類	熱伝導率の概略値( $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ )
気体	0.02~0.2
液体	0.1~0.6
固体 (金属)	7.6~427
固体 (非金属)	0.2~46

却法則 (Newton's cooling law) と呼ばれる次式が成り立つ。

$$q = h(T_w - T_f) \quad \text{..... (1-4)}$$

ここに、 $h$ を熱伝達率 (heat transfer coefficient,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ) といい、 $T_w$ と $T_f$ はそれぞれ固体壁面の温度および流体の温度である。熱伝達率は一般には一定ではなく、場所により変化する。この時の熱伝達率を局所熱伝達率 (local heat transfer coefficient) という。実際の問題では伝熱面全体について平均した平均熱伝達率 (average heat transfer coefficient) を用いることが多い。単に熱伝達率と記載されている場合は、平均値なのか局所値なのかを理解した上で使用しなければならない。

式 (1-4) を使用する上で特に注意しなければならないことは、 $h$ に乗ずる温度差のことである。伝熱工学のテキスト<sup>1)</sup>やハンドブック<sup>2)</sup>などでは、種々の整理式が示されており、それらを用いて $h$ を計算することができるが、 $h$ に乗ずるべき温度差は整理式ごとに定義が異なっている。例えば、外部強制対流熱伝達あるいは外部自然対流熱伝達の整理式より求められた $h$ の場合は、流体の温度 $T_f$ には主流温度を使用するのであるが、沸騰熱伝達の場合は $T_f$ には飽和温度 (沸点) を使用することになっている。また、管内強制対流熱伝達の場合には、 $T_f$ には混合平均温度というものを使用する。すなわち、熱伝達率が与えられても流体温度に何をを使えばいいのかを理解しておかないと正しい伝熱量は得られないのである。

各種対流熱伝達率の概略値とその際の流体温度の取り方を表1-2にまとめている。

### 2.3 ふく射伝熱とステファン・ボルツマンの法則

ふく射は電磁波により熱を輸送する伝熱様式であり、伝導や対流のように媒質を必要としないので、真空中でも熱を輸送することが可能である。伝導や対流による伝熱量は温度差に比例するのに対し、ふく射の場合は温度 (絶対温度) の4乗の差に比例して熱移動が生じる。伝熱工学のテキストの中には、放射伝熱という用語で記述されているものもあるが、厳密に言えば、ふく射 (radiation) と放射 (emission) は定義が

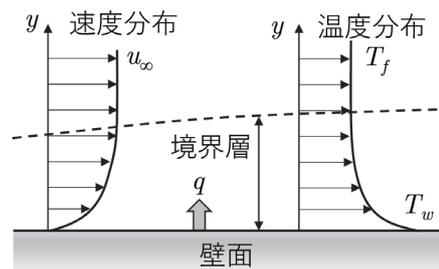


図1-2 境界層と速度・温度分布

異なる。両者の違いについては、本シリーズの基礎③で解説する。

温度  $T$  (K) の物体が放射することができる最大のエネルギーは、次式のステファン・ボルツマンの法則 (Stefan-Boltzmann's law)

$$E_b = \sigma T^4 \dots\dots\dots (1-5)$$

与えられる。 $\sigma$  をステファン・ボルツマン定数 (Stefan-Boltzmann constant,  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ) といい、 $E_b$  を黒体放射能 ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) という。黒体面 (black surface) は理想的な面であり、与えられた温度に対して最大の放射を行う。実際の物体は黒体よりも少ないエネルギーを放射し、その時の放射能は次式で与えられる。

$$E = \varepsilon E_b = \varepsilon \sigma T^4 \dots\dots\dots (1-6)$$

ここで  $\varepsilon$  を放射率 (emissivity) といい、 $\varepsilon$  は0から1の間の値をとる。実際の放射率は温度や波長に依存するが、すべての波長に対して近似的に一定の値をとるような面を灰色面 (gray surface) といい、式(1-6)の  $\varepsilon$  は灰色面の放射能である。

一般に複数の灰色面からなるふく射伝熱系の計算は、複雑な形態係数の計算なども含まれるため非常に面倒である。簡単な例として、図1-3のような面2に囲まれた面1からなるふく射伝熱系の場合、面1から2への伝熱量  $\dot{Q}_{12}$  (W) は次式で与えられる。

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \dots\dots\dots (1-7)$$

面2が1に比べて非常に大きい場合は、分母の第2項が無視できるので、

$$\dot{Q}_{12} = A_1 \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \dots\dots\dots (1-8)$$

となる。また、式 (1-8) は次のように書き直すことができる。

$$q_1 = \dot{Q}_{12} / A_1 = \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) = h_r (T_1 - T_2) \dots\dots\dots (1-9)$$

$$h_r = \varepsilon_1 \sigma (T_1^2 + T_2^2) (T_1 + T_2) \dots\dots\dots (1-10)$$

ここに、 $h_r$  は有効ふく射熱伝達率という。後述の計算事例でこの値を計算してみる。

2.4 境界面でのエネルギーの保存

実際の伝熱系では、固体表面から周囲への、あるいは逆に周囲から固体への熱移動を取り扱うことが多く、境界面での取り扱いが重要となる。定常、非定常にかかわらず、境界面近傍でのエネルギー収支はバランスしているとして取り扱うことが基本である。図1-4は、固体から周囲流体への伝熱を模擬したものであるが、固体内部を熱伝導で移動してきた熱は表面で流体へ対流で熱移動するとともに、ふく射でも周囲と熱交換する。この時、固体表面での熱流束について次式が成り立つ。

$$q_{cond} = q_{conv} + q_{rad} \dots\dots\dots (1-11)$$

上式左辺は、固体内熱伝導による熱流束  $q_{cond}$ 、右辺はそれぞれ対流による熱流束  $q_{conv}$  と周囲へのふく射による熱流束  $q_{rad}$  である。いずれも  $x$  方向へ向かう熱流束を正の値として扱う。低温ではふく射による熱流束は無視できるが、鉄鋼製造プロセスのように固体表面温度が高い場合は無視できないので注意が必要である。

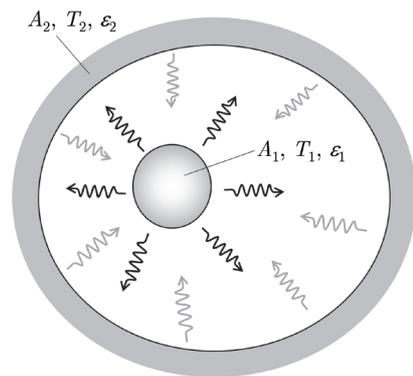


図1-3 2つの灰色面によるふく射伝熱系

表1-2 熱伝達率の概略値

対流の種類	熱伝達率の概略値(W/(m <sup>2</sup> ·K))	流体温度
自然対流	気体：2～30	流体温度は主流の温度
	液体：50～1000	
強制対流	気体：30～250	外部流れ：主流の温度 管内流れ：混合平均温度
	液体：100～10000	
沸騰・凝縮	2500～100000	飽和温度

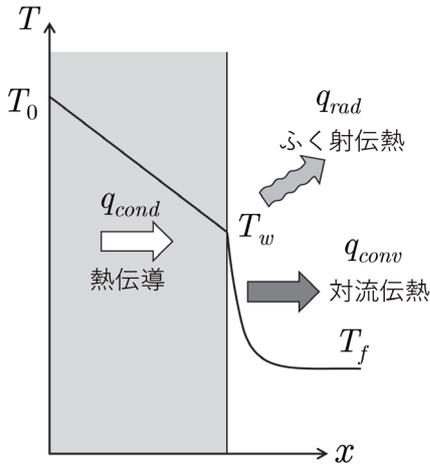


図1-4 ふく射と対流が共存する場合の境界面

### 3 伝熱工学の基礎式と境界条件

対象とする領域のある時刻の温度分布を知ることができれば、フーリエの法則から熱流束を求めることができ、熱流束に伝熱面積を乗ずれば伝熱量を知ることができる。これらは次の伝熱工学の基礎式を適切な境界条件と初期条件を与えて解くことにより求めることができる。

$$\text{連続の式: } \frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1-12)$$

運動方程式 (ナビエ・ストークスの式):

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{f} \quad (1-13)$$

$$\text{エネルギー式: } \rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \phi \quad (1-14)$$

ここに、

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla = \frac{\partial}{\partial t} + \sum_i u_i \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (1-15)$$

である。式 (1-13) において、右辺第3項  $\mathbf{f}$  は体積力項であり、重力、電磁気による力など、流体要素に外力として働く力である。自然対流の場合は浮力が働く。式 (1-14) の  $\phi$  は内部発熱あるいは冷却項であり、凝固・融解・相変態に伴う発熱・吸熱を取り扱う場合に必要となる。エネルギー式<sup>3)</sup>は厳密には粘性消散に伴う発熱項や圧力仕事に関する項などが必要なのであるが、通常は省略することが多いので、ここでは含めていない。

これらの基礎式を眺めてみると、非圧縮性 (密度一定) の場合、未知数は速度 ( $x, y, z$ の3方向)、圧力  $p$  および温度  $T$  の5つであり、式の数も5つとなる。密度も変数となる場合は、上の基礎式に加えて、状態方程式  $\rho = \rho(p, T)$  が必要となる。

基礎式を解くには、適切な初期条件と境界条件が必要である。運動方程式とエネルギー式は2階の微分項を含んでいるので、 $x, y, z$ それぞれの方向に対して2つの境界条件が必要である。

主な境界条件には次の3つのタイプがある。

(a) **第1種境界条件**: 境界において解くべき変数の値が与えられるような境界条件である。例えば、速度や温度の値が与えられている場合である。

(b) **第2種境界条件**: 変数の勾配が指定されるような境界条件である。速度の場合には剪断力がゼロ ( $\partial u / \partial x = 0$ ) であったり、温度の場合は熱流束が指定されるような境界条件である。例えば  $x$  方向の境界で熱流束が与えられる場合は、次式となる。

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = q_x \quad (1-16)$$

境界が断熱の場合は  $q_x = 0$  とすればよい。

(c) **第3種境界条件**: 変数の勾配がその変数の一次関数で与えられるような境界条件であり、熱伝達率  $h$  が与えられる場合の温度の境界条件は

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = h(T - T_f) \quad (1-17)$$

である。第3種境界条件は、温度のみに適用される場合がほとんどであり、速度に対して適用することはまずない。

コンピュータが手軽に使えなかった時代は、境界層近似などを導入して基礎式を単純化することが試みられた。例えば、加熱平板に沿う定常2次元強制対流熱伝達の場合、境界層近似により、運動方程式とエネルギー式を簡略化した速度と温度に対する境界層方程式を得る。さらに相似変数を導入することで、それぞれの境界層方程式を常微分方程式に変換し、それらを数値計算するのである。速度に対する境界層方程式を解いて求めた速度分布を使用して、温度に対する境界層方程式を解いて温度分布を求め、最終的に伝熱面近傍の温度勾配から熱伝達率を求めることができる。自然対流の場合は運動方程式の体積力項に浮力を適用するが、浮力は温度の関数なので、速度と温度に対する境界層方程式を連立させて解く必要があり、強制対流の場合に比べて面倒である。

現在ではコンピュータによる大規模計算が手軽に行えるので、式 (1-12) から式 (1-15) の基礎式を力任せに解くことができる。基礎式と境界条件を時間的・空間的に離散化すれば最終的には大規模な連立方程式を解く問題に帰着する。実用上はANSYS<sup>®</sup>やCOMSOL Multiphysics<sup>®</sup>などの商用熱流体解析コードを手軽に使用することが多いが、適切な境界条件や初期条件を設定しておかないと物理的に正しいとはいえない計算結果が得られる可能性があるので注意が必要である。また、計算格子の分割が十分でないと熱流束を求める際の温

度勾配の精度が不十分となる可能性もある。計算領域全体でのマクロな熱バランスが取れているかをチェックしておく必要がある。

## 4 無次元数と伝熱整理式

自然界の法則は関連する物理量によって構成される無次元数で表すことができる。伝熱現象を理解する上でも無次元数は非常に有用であり、指数法と呼ばれる次元解析を行うことで、関係する物理量の組み合わせによる無次元数群を導くことができる。たとえば、強制対流熱伝達率は以下のような無次元数の関数となる。

$$\left. \begin{aligned} Nu &= f(Re, Pr) \\ Nu &= \frac{hl}{k}, Re = \frac{ul}{\nu}, Pr = \frac{\nu}{a} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1-18)$$

ここに、*Nu*：ヌセルト数 (Nusselt number)、*Re*：レイノルズ数 (Reynolds number)、*Pr*：プラントル数 (Prandtl number) である。ヌセルト数は、伝熱面近傍の熱輸送の性能を対流熱伝達と熱伝導の比で表したものであり、分母の *k* は流体の熱伝導率である。当然、*Nu* の値が大きいくほど伝熱性能が良い。レイノルズ数は流体の慣性力と粘性力の比を表したものであり、*Re* の値が大きくなると層流から乱流へ遷移する。層流と乱流では式 (1-18) の関数形は異なる。プラントル数については、2.2で述べたように速度および温度境界層の厚さに関係する無次元量であるが、プラントル数は熱物性値であり、流体の状態 (圧力、温度、相) が決まれば物性値表から求めることができる。

伝熱工学で使用する主な無次元数とその物理的意味を表1-3に示す。ピオー数 *Bi* は、熱伝達と熱伝導の比となっており、形は *Nu* と同じである。異なるところは、分母の熱伝導率 *k* に流体の値ではなく、固体の値を使うという点である。ピオー数は鉄鋼製造プロセスには非常に重要な無次元数である。*Bi* の大小によって、冷却中の鋼材内部の温度が均一なのか不均一なのかを把握することができる。後述の計算事例は、*Bi* が非常に小さく内部の温度は均一であるという前提に基づいている。

## 5 熱物性値と伝熱計算

固体内の熱伝導を計算するには、非定常の場合には密度、比熱、熱伝導率の値が、定常の場合には熱伝導率が必要である。また、対流熱伝達率の推定には、流体の熱物性値が必要である。必要となる主な熱物性値は、密度、粘度、定圧比熱、熱伝導率、プラントル数などである。気液相変化を伴う熱伝達を取り扱う場合は、これらの蒸気および液の熱物性値がそれぞれ必要であり、さらに蒸発潜熱、表面張力などの値も必要となる。固液相変化の場合は、融解・凝固潜熱も必要である。伝熱計算に必要な熱物性値は、伝熱工学資料<sup>2)</sup> や熱物性値ハンドブック<sup>4)</sup> で求めることもできるが、流体の熱物性値についてはNISTのChemistry WebBook<sup>5)</sup> あるいはNISTが販売しているREFPROP<sup>6)</sup> というソフトウェアを利用するのが便利である。

伝熱計算に便利なソフトウェアに、f-chart社<sup>7)</sup>のEngineering Equation Solver (EES)<sup>®</sup> というのがある。このソフトウェア

表1-3 主な無次元数

名称	定義	備考
<i>Nu</i> Nusselt数	$=hl/k$	熱伝達と熱伝導の比。ただし、 <i>k</i> は流体の熱伝導率
<i>Re</i> Reynolds数	$=ul/\nu$	慣性力と粘性力の比
<i>Gr</i> Grashof数	$=l^3g\beta(T_w - T_\infty)/\nu^2$	浮力と粘性力の比
<i>Pr</i> Prandtl数	$=c_p\mu/k = \nu/a$	運動量拡散と熱拡散の比 (物性値)
<i>Bi</i> Biot数	$=hl/k$	熱伝達と熱伝導の比。ただし、 <i>k</i> は固体の熱伝導率
<i>Fo</i> Fourier数	$=at/l^2$	無次元時間。 <i>t</i> は時間
<i>We</i> Weber数	$=\rho u^2 l/\sigma$	慣性力と表面張力の比。 $\sigma$ は表面張力 (N/m)
<i>Ste</i> Stefan数	$=c_p(T_s - T_l)/L_s$	融解・凝固を伴う熱伝導
<i>Bo</i> Bond数	$=(\rho_l - \rho_v)gL^2/\sigma$	重力と表面張力の比
<i>Ca</i> Capillary数	$=\mu u/\sigma$	粘性力と表面張力の比
<i>Fr</i> Froude数	$=u^2/gL$	慣性力と重力の比

にはREFPROPの一部が組み込まれており、主な流体の熱物性値を求めることができる。また、対流、沸騰、凝縮などの熱伝達率を推定する式、ふく射の形態係数を求める関数なども組み込まれており、伝熱計算を手軽に行うことができる。

熱伝達率の推定に用いる熱物性値は、温度と圧力の関数となっている。通常の伝熱系では極端に圧力が変化することは少なく、圧力は一定として取り扱うことが多いので、たいていの場合、熱物性値は温度のみの関数となる。対流熱伝達の場合、壁面と主流の間には温度分布が存在するので、熱物性値もそれに依りて変化する。このような場合、伝熱面温度と流体の温度の算術平均値（膜温度）で熱物性値を評価するのであるが、熱流束が指定されるような加熱（冷却）条件では、伝熱面温度は未知であるため、膜温度も未知となり、熱物性値の評価ができない。まず壁温に適切な推定値を与えて膜温度を計算し、それにより熱物性値を求め、熱伝達率を求める。その熱伝達率と仮定した壁温から求まる熱流束は、与えられた熱流束とは一致しないので、反復計算を行って両者の値が一致するような収束解を得る必要がある。伝熱面温度が変わるたびに熱物性値を表などから求めるのは面倒くさい。熱物性値ソフトウェアやEESはこのような手間を解決してくれる便利なツールである。

ここで一つ計算事例を示そう。図1-5に示すように片面90Wで発熱する長さ6cm、幅50cmの平板が20°C、20m/sの空気流の中に置かれている。この時の平板の表面温度（壁温）を求めてみる。使用する式は平板の層流強制対流の平均熱伝達率を与える次の式である。使用記号の意味は、式(1-18)と同じである。

$$Nu = 0.664Re^{1/2}Pr^{1/3} \dots\dots\dots(1-19)$$

伝熱面積は、 $A = wl = 0.5 \times 0.06 = 0.03m^2$ であるから、熱流束

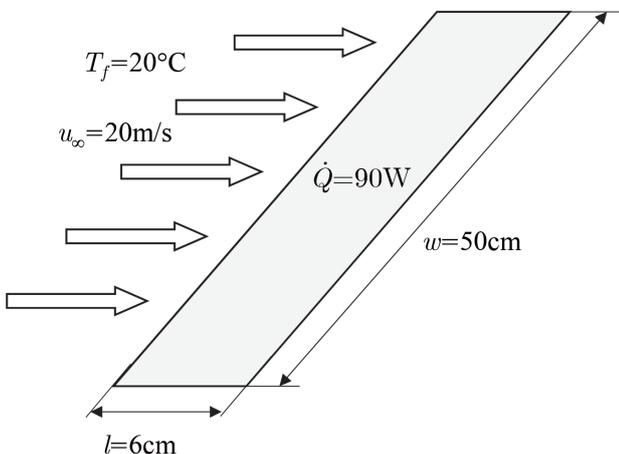


図1-5 一様流中の発熱平板

は $q = \dot{Q}/A = 90/0.03 = 3000W/m^2$ である。壁温が分からないので、とりあえず $T_w = 30°C$ と仮定すると、膜温度 $T_m = (T_w + T_f) / 2 = (30 + 20) / 2 = 25°C$ である。この値で大気圧における必要な空気熱物性値を求めると

$$Pr = 0.7073, \nu = 1.579 \times 10^{-5} m^2/s, k = 0.02625W / (m \cdot K) @ 25°C$$

となる。今回はEESを用いて求めたが、もちろん熱物性値ハンドブック等を用いても構わない。この熱物性値を用いてレイノルズ数、ヌセルト数および熱伝達率を計算すると

$$Re = 76021, Nu = 163.1, h = Nu \cdot (k/l) = 71.36W / (m^2 \cdot K)$$

となる。膜温度25°Cと仮定して求めた、この $h$ と熱流束 $q$ を使って壁温を求めてみると

$$T_w = T_f + q/h = 20 + 3000/71.36 = 62.04°C$$

となる。この $T_w$ を新しい推定値として、再び膜温度を計算すると、 $T_m = (T_w + T_f) / 2 = (62.04 + 20) / 2 = 41.02°C$ となり、この温度に対応する熱物性値とそれにより計算されるレイノルズ数、ヌセルト数、熱伝達率および壁温は次のようになる。

$$Pr = 0.7054, \nu = 1.733 \times 10^{-5} m^2/s, k = 0.02743W / (m \cdot K) @ T_m = 41.02°C$$

$$Re = 69262, Nu = 155.6, h = Nu \cdot (k/l) = 71.12W / (m^2 \cdot K), T_w = 62.18°C$$

以上の反復をもう1回繰り返せば十分な収束値が得られる。最終結果は次のようになる。

$$Pr = 0.7053, \nu = 1.733 \times 10^{-5} m^2/s, k = 0.02744W / (m \cdot K) @ T_m = 41.09°C$$

$$Re = 69234, Nu = 155.5, h = 71.12W / (m^2 \cdot K), T_w = 62.18°C$$

通常の大学学部における伝熱工学の演習問題では壁温を既知として解くため、反復計算は必要ないが、この例題のように熱流束が指定されて壁温を求めるような問題では逐次代入による反復計算が必要である。ただし、この例題から分かるように、壁温の推定値として適当な値を与えても熱物性値は大して違わないし、反復回数も2、3回で済む場合が多い。今回は始めに壁温を30°Cと仮定して解いたが、25°Cとか40°Cを初期推定値として与えても同程度の反復回数で収束解が得られる。ただし、熱物性値が敏感に変化する臨界点付近の温度の場合は要注意である。

## 6 集中定数系による熱伝達率の推定

高温に熱せられた金属の冷却時の温度変化から簡単に熱伝達率を推定する方法を紹介する。図1-6は、直径50mm、厚さ

10mmのディスク状の純鉄試料を3つの異なる条件で得た冷却曲線である。試料をハロゲンランプで所定の温度まで加熱し、試料内部に挿入した熱電対により測定した温度を記録した。実線Aは真空中での冷却であり、周囲への伝熱は主にふく射により行われる。破線Bはアルゴンガス雰囲気での冷却で、自然対流とふく射によるものである。一点鎖線Cはアルゴンガス雰囲気中で水スプレーを噴霧した場合の冷却曲線である。これら3本の冷却曲線から熱伝達率を推定してみる。

第一近似として、純鉄試料内部の温度が均一とみなせると仮定すると、エネルギー式 (1-14) は次のように簡単になる。

$$mc \frac{dT}{dt} = -Ah(T - T_f) \dots\dots\dots(1-20)$$

ここに  $m$  は純鉄試料の質量 (kg)、 $c$  は比熱 (J / (kg · K))、 $h$  は熱伝達率 (W / (m<sup>2</sup> · K))、 $A$  は伝熱面積 (m<sup>2</sup>)、 $T_f$  は流体 (周囲) の温度 (°C, K) である。すなわち、内部の温度は均一であるから温度勾配はなく、温度の2階微分項はゼロとなる。式 (1-20) を初期条件、 $t=0$  で  $T=T_0$  を適用して解くと

$$T = T_f + (T_0 - T_f) \exp(-Aht / mc) \dots\dots\dots(1-21)$$

が得られる。

冷却中のある時刻  $t_1$  から  $t_2$  の間に、試料の温度が  $T_1$  から  $T_2$  まで変化するとすれば、式 (1-21) からその温度区間の熱伝達率は次式で見積もることができる。

$$h = -\frac{mc}{A(t_2 - t_1)} \cdot \ln \left( \frac{T_2 - T_f}{T_1 - T_f} \right) \dots\dots\dots(1-22)$$

図1-6にプロットしたA, B, Cの3本の曲線からそれぞれの熱伝達率を見積もってみる。このグラフで、600°Cから580°Cの温度区間で冷却に要した時間 ( $t_2 - t_1$ ) は、それぞれ

A : 21.8 (s), B : 15.0 (s), C : 3.8 (s)

であった。純鉄試料の質量、比熱、伝熱面積は、それぞれ 0.1545 kg, 757.3 J / (kg · K), 5.498 × 10<sup>-3</sup> m<sup>2</sup> である。これらの値から式 (1-22) を用いて熱伝達率を計算してみると、

$$h_A = 34.9 \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K)}$$

$$h_B = 50.7 \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K)}$$

$$h_C = 200.1 \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K)}$$

となる。

以上の計算条件と結果を表1-4にまとめた。この計算結果について少し考察を加えてみよう。

純鉄試料は、サンプルホルダーの上に設置されているので、その構造部材を通じた周囲への熱伝導も発生しているはずであるが、ここではその寄与を無視することになると、 $h_A$  は式 (1-10) の  $h_r$  に等しい。これより、純鉄の放射率  $\epsilon$  を求めてみると、

$$\epsilon = \frac{h_A}{\sigma(T_1^2 + T_f^2)(T_1 + T_f)} \approx 0.63$$

となる。サンプルホルダーへの熱伝導分を考慮していないので実際より高め値が得られていると考えられるが、この値

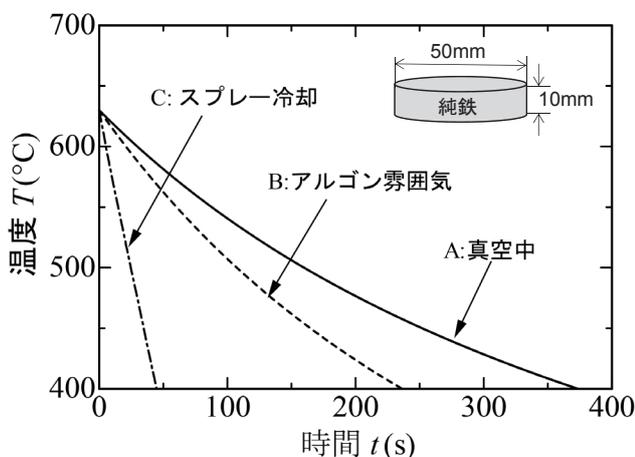


図1-6 純鉄試料の冷却曲線

表1-4 計算例のまとめ

冷却様式	600°Cから580°Cへの 所要時間 ( $t_2 - t_1$ ) (s)	熱伝達率 (W/(m <sup>2</sup> ·K))	ビオ一数 $Bi$
A:真空中	21.8	34.9	0.0500
B:アルゴン雰囲気	15.0	50.7	0.0643
C:スプレー冷却	3.8	200.1	0.2538
純鉄試料: 直径 50mm, 厚さ 10mm, 伝熱面積 5.498 × 10 <sup>-3</sup> m <sup>2</sup> , 体積 1.964 × 10 <sup>-5</sup> m <sup>3</sup> , 質量 0.1545 kg, 密度 7871 kg / m <sup>3</sup> , 比熱 757.3 J / (kg · K) 熱伝導率 39.42 W / (m · K)			

は鉄の非酸化面の放射率よりも高く、酸化面の値よりも低い。

$h_B$ にはふく射伝熱の成分も含まれているので、自然対流による寄与分は、 $h_B - h_A = 15.8 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ である。 $h_C$ には、アルゴンガスの対流と周囲へのふく射成分が含まれているので、同様の考え方をするとスプレー冷却の寄与分は、 $h_C - h_B = 149.4 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ となる。しかしながら、スプレー冷却時には、Bと同じ条件の自然対流となっている保証はないし、液滴や発生する蒸気によるふく射伝熱への影響も無視できない可能性があることに注意しなければならない。

ここでは集中定数系、すなわち純鉄試料内部の温度は均一であると仮定してエネルギー式の熱伝導項を省略して解いた訳であるが、この仮定が妥当であるか検証しておく必要がある。それには、熱伝達と熱伝導の比に関連する無次元数ビオー数  $Bi$  を計算してみるとよい。一般に集中定数系近似が成り立つのは、ビオー数が0.1よりも小さい場合（厳密にはさらに低い場合にのみ成り立つとの指摘もある）と言われている。表1-4に示したA, B, Cのビオー数を見てみると、AとBは0.1より小さく、Cは0.1よりも大きい。すなわち、AとBは集中定数系近似が妥当であるが、Cでは試料内部に温度分布があり集中定数系近似を適用するのは妥当ではないということになる。熱伝導の詳細については次回入門講座で解説する。

#### 記号表

$a (= k / \rho c_p)$  : 熱拡散率 ( $\text{m}^2/\text{s}$ )  
 $A$  : 伝熱面積 ( $\text{m}^2$ )  
 $c$  : 比熱 ( $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ )  
 $c_p$  : 定圧比熱 ( $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ )  
 $h$  : 熱伝達率 ( $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ )  
 $k$  : 熱伝導率 ( $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ )  
 $l$  : 代表寸法 ( $\text{m}$ )  
 $m$  : 質量 ( $\text{kg}$ )

$p$  : 圧力 ( $\text{Pa}$ )  
 $q$  : 熱流束 ( $\text{W}/\text{m}^2$ )  
 $\dot{Q}$  : 伝熱量 ( $\text{W}$ )  
 $T$  : 温度 ( $\text{K}, \text{°C}$ )  
 $u, \mathbf{u}$  : 速度 ( $\text{m}/\text{s}$ )  
 $x$  : 座標 ( $\text{m}$ )

#### ギリシャ文字

$\varepsilon$  : 放射率  
 $\nu$  : 動粘度 ( $\text{m}^2/\text{s}$ )  
 $\rho$  : 密度 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )  
 $\sigma$  : Stefan-Boltzmann 定数 ( $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ )

#### 添字

$l$  : 液体  
 $s$  : 固体  
 $v$  : 気体  
 $f$  : 流体  
 $\infty$  : 主流の値

#### 参考文献

- 1) JSMEテキストシリーズ「伝熱工学」, 日本機械学会, (2003).
- 2) 伝熱工学資料 改訂第5版, 日本機械学会, (2009).
- 3) 田川正人: 伝熱, 43 (2004) 178, 26.
- 4) 新編 熱物性ハンドブック, 日本熱物性学会編, (2008).
- 5) NIST Webbook, <https://webbook.nist.gov/chemistry/>
- 6) NIST REFPROP, <https://www.nist.gov/srd/refprop>
- 7) f-chart software ホームページ, <http://www.fchartsoftware.com/ees>

(2021年8月23日受付)