

連携記事

流体の物性から見る 万年筆とインクと紙 Fluid Physics of Writing with Fountain Pen

東北大学 助永 壮平
多元物質科学研究所 准教授
Sohei Sukenaga

東北大学 植田 滋
多元物質科学研究所 教授
Shigeru Ueda

東北大学 夏井 俊悟
多元物質科学研究所 准教授
Shungo Natsui

1 はじめに

今でも、万年筆が好きという人を散見する。「万年筆の何が好きか？」と問えば、軸の色彩、インクの種類あるいは発色、ペン先の豪華さ、書かれた線等と人それぞれの答えがある。中にはペン先と紙との接触により生じる書き味という答えも少なくないだろう。

そこで書き味とは何か？と問われたとき、定義のない感覚的なものであり定性的に答えることも難しい。しかし、ペン先からインクが流れ出る科学と置き換えると、材料物性の観点から何らかの説明ができるかもしれない。本稿は、ペン先、紙へのインクの流れを想定して、固気液界面で生じる物理現象を概説する。

ン芯は密着しており、首軸に収まっている。ペン芯にはインクの流れ方向にインクと大気が流れる毛細管が彫られており、ペン先とインク入れをつなぐ。筆記中に必要以上のインクが流れ落ちないのは、この大気の流入が毛細管端で抑制され気液交換が制御される¹⁾ためである。ニブとペン芯の間まで供給されたインクがニブの切割の間を通り紙に導かれる。

鉄鋼業における気液向流として高炉プロセスにおける内部の充填層内を液が降下し、気体が上昇する現象があげられる。また、最終的な高炉からの出鉄速度が出鉄口により決定される。高炉充填層内の固液流れは、その制御を目的として広く研究され、図2に示すような高炉充填層内の気液の流れ

2 液体供給システムとしての万年筆

紙の特定の位置にインクを適切な流量で供給する装置が、万年筆である。持ち手である軸を外し、ペン先からインク入れ(写真ではコンバータ)までを図1に示す。ペン先(ニブ)とペ



図1 万年筆の気液交換部 (Online version in color.)

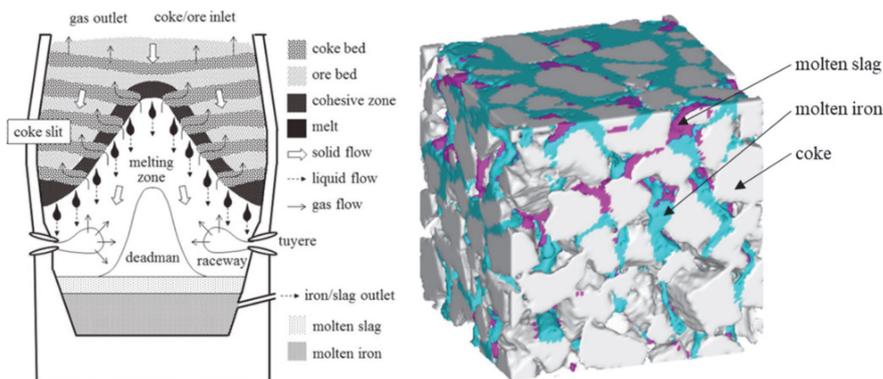


図2 高炉下部の充填層内の流れの模式図 (Online version in color.)

の研究が盛んにおこなわれている²⁾。高炉内では充填層の構造や内部流路の形状に加えて、液の界面物性（表面張力、濡れ性）と粘度は、液流れを決定する物性である。スラグや鉄、炭材など異相間での濡れや、溶融スラグや溶鉄を対象とした表面張力と粘度に関する研究が広く行なわれた³⁾。内容積が5000m³以上にもなる高炉と比較すると、10⁻⁶m³程度のインクを保持する万年筆では著しく小さいため、ぬれや表面張力といった界面物性や液体の物性の影響がより強く表れる。

万年筆では、主な流量の制御過程を

- 1 ペン芯によるインク入れからニブへのインクの供給
- 2 ニブの変形によるインク流量の制御
- 3 ニブから紙へのインクの供給

と考えることができる。1では毛細管とその端で起きる気体の流入と液体の流出、2では狭流路での液流れ、3は紙上での液のぬれ広がり現象である。それぞれ、表面張力、粘度、比重といった液体物性と、固液界面で生じる濡れが強く関わる現象である。

3 液体の物性

3.1 表面張力

液相と気相間の表面張力が液滴の形状に影響することは、日常的に知覚しやすい現象である。表面張力は異相間に生じる界面のエネルギーを表す。図3に示すように針金で作った枠ABCDに石けん膜を作り、これを自由に動くEFを移動し膜を広げることを考えよう。このとき膜を広げる力を f とおくと、この値からの単位長さ当たり大きさを表面張力 γ とすればその値は

$$\gamma = \frac{f}{2l} \dots\dots\dots (1)$$

f : 力 [N], γ : 表面張力 [N/m], l : 長さ、で与えられる。石け

ん膜は表裏に表面があるため2で除した値となる。近年、広範な万年筆用インクの表面張力の測定値が報告され、万年筆の筆記線幅やインクの消費量に影響することが報告されている^{4,5)}。

3.2 ぬれ⁶⁾

万年筆のニブの材料には、インクによる腐食を考慮して金合金（14金、18金、21金等）やステンレス鋼が選択される。類似の素材として純金とSUS316さらに、紙（Kokuyo キャンパスノート）上に10mm程度上に設置したシリンジ先端からインクを一滴滴下した液滴の形状を図4に示す。インクは表面張力が低いdeAtramentis Bach（以下Bach）と比較的高いPelikan4001Blue black（以下B.B.）（66.2 mN/m）⁴⁾を用いた。a), b), c) はそれぞれ、金、SUS316L、紙上でのBach, d), e), f) はそれぞれ金、SUS316L、紙上でのB.B.を示す。紙上のB.B.を除いて、接触角は90°より小さい。接触角90°を境に、90°より大きい場合は「ぬれない」、小さい場合は「ぬれる」と表現する。このように、ぬれは固体表面に接する液体の接触状態を評価する一手法であるが、ぬれる、ぬれないという表現は非定量的であいまいであるため、定量的表現が必要となる。ぬれを直感的に表す尺度として、接触角が用いられる。図5に示すように平板上の液滴を考える。気体を g 、液

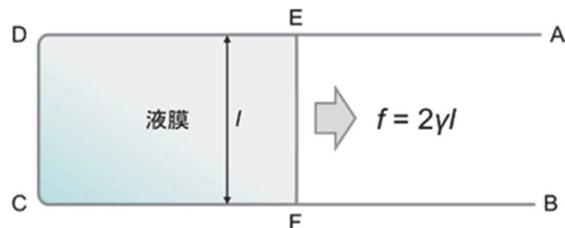


図3 液膜に掛かる力 (Online version in color.)

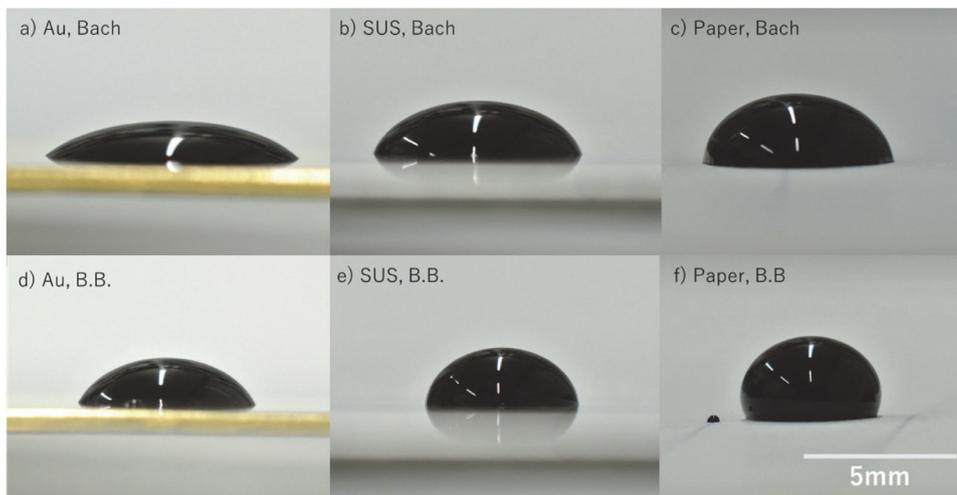


図4 金、SUS316L、紙上のインク滴の接触角 (Online version in color.)

体を1、固体をsとしたときに各相間の界面張力 γ_{gl} , γ_{gs} , γ_{ls} の関係は次のようにYoungの式で表される。

$$\gamma_{ls} - \gamma_{gs} + \gamma_{gl} \cos \theta = 0 \quad (2)$$

ここで θ は、液体と固体表面との交点における液体表面に引いた接線と固体表面とがなす角、即ち液滴の接触角を表す。 $\theta = 0^\circ$ のとき液体は固体を完全にぬらす、また、 $0 < \theta < 180^\circ$ のとき不完全にぬらす。

ぬれ方は、よく次の様に分類される。

- 液体が固体基板を広がるような場合
..... 拡張ぬれ Spreading wetting
- 液体が基板にしみ込むような場合
..... 浸漬ぬれ Immersional wetting
- 炭素飽和の溶銑をコークスに置いたような場合
..... 付着ぬれ Adhesional wetting

ここで拡張ぬれは接触角 0° の状態に相当する。

基板上でのインクの濡れ (図4) に目を向けると、BachはB.B.に比べ、よりぬれる状態であり、金、SUS316L、紙の順によくぬれることが分かる。

表面張力の低いBachの方がB.B.よりよくぬれることになるが、式 (2) からはここで表面張力を表現している気液の界面張力のみでなく、基板と液体間の張力も影響することが分かる。

a) - e) では接触角は 90° 以下であるため、基板と気相間の張力より、液相と基板間の張力が小さい、すなわち

$$\gamma_{ls} < \gamma_{gs} \quad (3)$$

であり、図4f) ではその逆となることが分かる。つまり、ぬれる/ぬれないに気液間の表面張力は直接関係しない。その一方で、接触角が小さいほど γ_{ls} と γ_{gs} の差への γ_{gl} 影響が大きくなる。文献⁴⁾にあるdeAtramentisのインクシリーズは39.3-48.9mN/mであり、相対的にB.B. (66.2mN/m) より小さいため、接触角が小さくなりやすい。また、金とステンレス鋼のぬれが明確に異なることも、ペン先の材料が書き味に影響する要因になる可能性がある。

3.3 非平滑面での濡れ現象

紙やペン芯は、表面の微小な凹凸と、気孔が存在する複雑な形状の表面である。非平滑固体面での液体の濡れ角は、

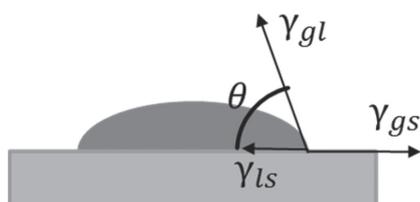


図5 固体平板上の液滴の接触角と界面張力の関係

Wenzel⁷⁾、Cassie⁸⁾らにより整理された。液が非平滑な固体表面に接触している場合、表面粗さを実効接触面積についての補正項と接触面積の比 n を式 (2) に導入し、以下のように示される。

$$n(\gamma_{gs} - \gamma_{ls}) = \gamma_{gl} \cos \theta \quad (4)^7$$

ここで n は actual surface / geometric surface と定義される。表面が粗いほど n は大きくなり、濡れ角 90° を中心に、濡れ角が 90° 以下の場合粗さによって、より濡れるように、濡れ角が 90° 以上の場合より濡れないようになる。また、固体表面に凹凸があり気孔に液が入り込まず、接触面と非接触面が共存する場合、接触角は

$$\cos \theta = A_1 \cos \theta_1 - A_2 \quad (5)^8$$

と表される。ここで、 A_1 , A_2 , θ_1 はそれぞれ、接触面の割合、非接触面の割合 (すなわち $A_1 + A_2 = 1$)、接触面の濡れ角を示す。非接触面の増加により濡れ角は増大する。

インクと紙の濡れは、紙へのインクの浸透の影響を受けるため、静的な濡れ角を決定することが難しい。図4f) のように紙とインクがぬれない場合は、 θ は 90° より大きいため、上記の式 (2)、式 (3) のどちらにおいても、紙表面の凹凸により接触角は大きくなりインクの浸透が困難になる。一方、ぬれる場合、凹凸に液体が浸透する式 (2) ではよりぬれる、凹凸に気相が存在する式 (3) でよりぬれない状態となる。

3.4 粘度

粘度はインクなどの流体の流れやすさを示す物性値であり、Pa·s という単位で表される。インクの粘度はおおよそ 0.9-1.4 [mPa·s] の範囲であり⁴⁾、低粘度のインクは室温の水 (0.89 mPa·s) と同程度の粘度を有する。流体の粘度測定手法は試料の粘度範囲により適当な測定手法が異なっているが⁹⁾、インクの粘度は幅広い粘度範囲の試料について簡便に高精度測定が可能な細管法により測定される場合が多い¹⁰⁾。インクの大半は均一な液体である染料インクが用いられてきた。近年では液相中に顔料 (固体) を分散させた顔料インクも使用されるようになってきている。顔料インクのような固液共存体 (サスペンション) では、液相の粘度だけでなく固相の体積分率も粘度に影響する重要なファクターであり、固相率や形状の影響について調査が進められている¹¹⁻¹⁴⁾。固相の体積分率が低いサスペンションの粘性は、Einstein-Roscoeの式により見積もることが可能である。一方で、固相率が高いサスペンション (> 30 vol%) の多くでは、粘度が剪断速度に対して変化する非ニュートン流体としての挙動が観測される。一例としてシリコンオイルに球状のポリエチレンビーズを分散させた場合の相対粘度変化を図6¹⁴⁾に示した。ここで、相対粘度

はサスペンションの粘度を液相の粘度で規格化した粘度の値である。図に示したように、相対粘度は固相の体積分率の増加により上昇することや固体の形状が見かけの粘度に影響することがわかる。顔料インク等においても、分散している固体の影響を受けて(見かけの)粘度は変化していると考えられる。

3.5 キャピラリー

ペン芯の写真を図7に示す。a), b) はそれぞれ、上部(ニブ側)、下部からの見た目である。左端はニブに接する部分、右端はインク入れに接続する部分である。a) の上部中心に毛細管(液相溝)があり、下部の中心から上部の毛細管に接続する気相の溝がある。インクは液相溝を通りインク入れから、ニブとペン芯の隙間に供給され、気相は気相溝を通り、外部からインク入れに供給される。

図8に示したように半径 r の毛細管中に浸透する液体の浸透速度 v は、浸透深さを L とすると液体の粘度 η を用いて、

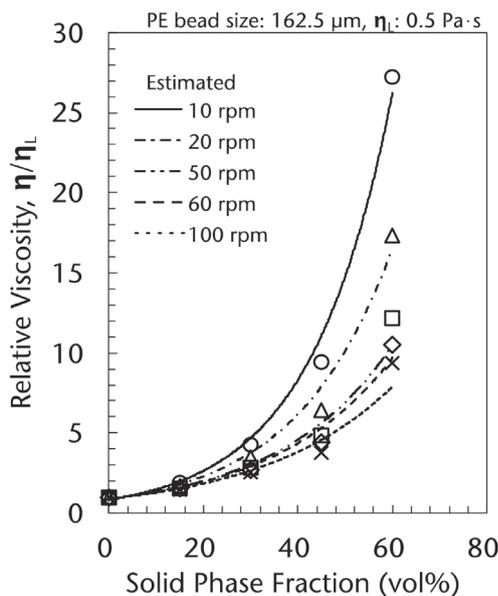


図6 シリコンオイルにポリエチレンビーズを懸濁させたサスペンションの粘度に及ぼす固相率および剪断速度(回転法における内筒回転速度)の影響¹⁴⁾



図7 ペン芯の写真(Pilot カクノ) a) 上側, b) 下側 (Online version in color.)

Washburn の式 (6)¹⁵⁾ により表すことができる。

$$v = r^2 \Delta P / (8\eta L) \dots\dots\dots (6)$$

ΔP は毛細管両端の圧力差であり静圧が存在しない場合、下式 (7) で表される。

$$\Delta P = 2\gamma \cos \theta / r \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 γ は液体の表面張力を示している。式 (6) および式 (7) をまとめると式 (8) を得ることができる。

$$v = 2r\gamma \cos \theta / (8\eta L) \dots\dots\dots (8)$$

式 (8) に示したように、毛細管への浸透速度は接触角および粘度が低く、表面張力が高いほど大きくなることわかる。また、図9に示したように液中に浸漬した細管に気体が供給され続けると気体の圧力が上昇し、その圧力が液体の表面張力と静水圧の和(最大泡圧)を超えると気泡が破裂し、インク入れに気体が供給される¹⁾。この機構は液体の表面張力測定手法の一つである最大泡圧法¹⁶⁾と同じ原理であり、最大泡圧 P_{max} は下式 (9) で表すことができる。

$$P_{max} = \rho gh + \frac{2\gamma}{r} \dots\dots\dots (9)$$

万年筆の場合は上下が反転する関係になり、この毛細管に付着する気泡はペン芯の上端、すなわちインク入れの中に発生し、ペン芯の下端に負圧を与える。したがって気泡によりインクの流下が抑制され、気泡の離脱(破裂)により中の負圧が

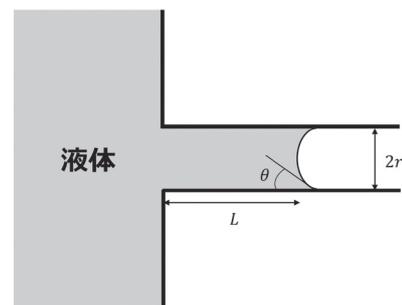


図8 毛細管中に浸透する液体の模式図

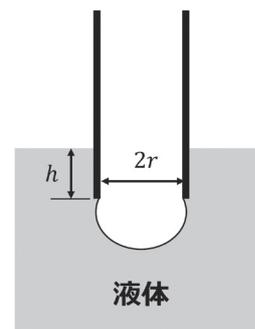


図9 最大泡圧法の模式図

緩和される分だけ、インクがペン芯に供給されることになる。

3.6 毛管内流れ速度

十分に長い円管内インクの流れについて流体力学に基づいて考えよう。いま、インクは半径 R の鉛直円管内を流れる一定密度 ρ (非圧縮性流れ)、粘度 η のニュートン流体で、層流の定常状態とすると、圧力差 $P_0 - P_L$ の影響を受けて、円柱座標系において鉛直下向き (z 方向) に径方向 (r 方向) に速度分布をもって流れていく。各速度成分と圧力について $v_z = v_z(r)$ 、 $v_r = 0$ 、 $v_\theta = 0$ 、 $P = P(z)$ を仮定すると、せん断応力 τ の非消失成分は $\tau_{rz} = \tau_{rz} = -\eta (dv_z/dr)$ とおける。厚さ Δr と長さ L の円筒形シェルの z 方向運動量収支から τ_{rz} に関する微分方程式を得ることができるので、これを積分すると、

$$\tau_{rz} = \left(\frac{P_0 - P_L}{2L} \right) r \dots\dots\dots (10)$$

を得る。ニュートンの粘性法則 ($\tau_{rz} = -\eta dv_z/dr$) を利用して式変形し、境界条件 $r=R$ のとき $v_z=0$ (no-slip条件) を利用すれば次の関係が得られる。

$$v_z = \frac{(P_0 - P_L)R^2}{4\mu L} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (11)$$

図10にその分布を示す。なお、平均速度、断面積 πR^2 、密度 ρ の積から質量流量を求めると、有名なHagen-Poiseuilleの式が得られる。液相溝径は 2×10^{-4} [m] と細いが、連続体とみなすことができるので、この仮定が成り立つと考えられる。駆動力となる圧力差 $P_0 - P_L$ の起源はペン先であり、次節におい

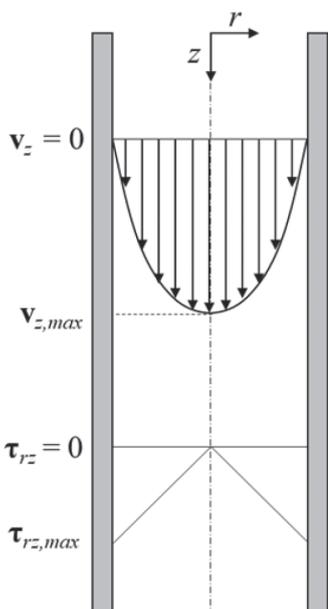


図10 円管内インクの流れの模式図

てはペン先から紙へのインク駆動のダイナミクスについて焦点を当てていく。

4 万年筆特有の筆記線はどのように生じるか?

万年筆から紙へのインクの供給の律速段階は、インク入れ—ペン芯、ニブ、ニブ先端—紙の3段階であることは前述したが、3.4で説明したインク入れからペン芯へのインクの供給が律速する場合、速記した場合にインク供給が悪くなり、書きにくい万年筆と評価される。

図11に同一の万年筆 (Pilot 15号FA) で筆記した線を示す。上から、筆圧をかけずほぼ万年筆の自重で書いた線、筆圧をかけニブの切割が開かれた状態で書いた線、筆圧を高めながら左から右へ書いた線となる。筆記に際しては線を描く速度が同一になるように調整した。定量的な表現ではないが、筆圧をかけることにより線幅が広がること分かる。上部の細線では、ニブの切割を通るインク量により決定される線幅である。ニブ先端に十分インクが供給され、紙とインクのぬれおよびニブ先端の幅により決定される線幅が中段の太線である。下段の線幅の変化からこれらの律速段階が連続的に移行することが分かる。ここではそれぞれの律速段階について説明する。

4.1 ニブの変形による流量制御

筆記時に上方になる部位が上になるように正面から撮影したニブを図12に示す。ニブは上に凸の形状になっている。筆記時にペンポイントに上方への力が加わると、ニブは上方および左右外側にしなり、切割が広がる。切割のインク流れによりインクの供給が決定される場合は切割の幅が流量に影響する。

図13に平板上の液流れの模式図を示す。液体がニュートン流体の場合平板上と自由表面の間の流速の分布は図中の $V_z(x)$ で表した矢印群のようになる。流れ中心からの位置 x での流速は

$$V_z = \frac{\rho g \delta^2 \cos \beta}{2\eta} \left[1 - \left(\frac{x}{\delta} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (12)^{17)}$$

となる。ここで ρ は液体の密度、 g は重力加速度、 β は傾き、

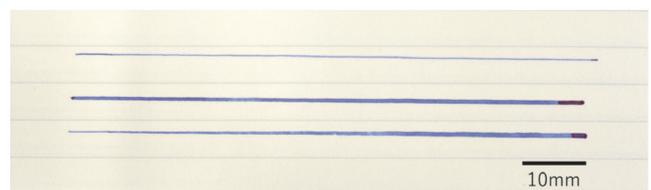


図11 同一万年筆の筆圧による線幅の変化 (Online version in color.)

η は粘度、 δ 流れの厚さを表す。流れの奥行幅 W と x における流速を積分すると全体の流速 w が以下のように導出できる。

$$W = \frac{\rho^2 g W \delta^3 \cos \beta}{3\eta} \dots\dots\dots (13)^{17}$$

切割での液流れの中心を、図中の $x=0$ として、端面の影響を無視すれば、インクの流速は、切割幅 2δ に対して、式(13)の2倍すなわち、 $\frac{2\rho^2 g W \delta^3 \cos \beta}{3\eta}$ となる。ここで、流量に影響する因子は、密度、粘度、流路の幅であり、接触角や表面張力は影響しない。粘度の上昇により流速が低減するがその影響は-1乗であり、 δ は3乗で影響する。Fritzによると、49種のインクの粘度は $0.998 - 1.374\text{mPa} \cdot \text{s}$ であり⁴⁾、ほとんどのインクは $1.0 - 1.1\text{mPa} \cdot \text{s}$ であることを考慮すると、ニブでの主なインク流速の支配因子は切割幅の微小な変化であるといえる。

4.2 紙質による流量の変化

紙は多孔質固体であり、その表面にペンでインクを供給する機構について、Kim et al.⁵⁾は実験と理論の両面から流体力

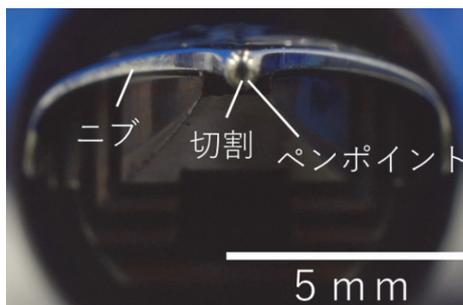


図12 正面から見たニブ (Online version in color.)

学モデルを構築して定量化を試みている。彼らは移動源(ペン)から粗い多孔質固体表面(紙)に液体(インク)がどのように広がるか、について主眼に論じているが、ここでは一般的な多孔質固体への毛管吸収について紹介する。

ペン先を紙に対して垂直に固定し、巨視的には円形の固液移動界面(シミ)が広がる過程について考える。図14にペン先(円管)内の液柱が紙と接している状態を模式的に示す。このスケールでは慣性力は重要でなく、インクの流れは毛管力によって駆動される。シミのサイズ a が増加するとき($a \rightarrow a + da$)、表面エネルギーの変化量は $dE = 2\pi\gamma(s-1)a$ と与えられる。 s は紙の表面粗さである。よって、駆動力 $F_d = -dE/dr$ が粘性抵抗力 F_v と釣り合うとき、広がり速度 U が近似的に与えられる。

$$U = \frac{da}{dt} \sim \frac{\phi_r ah}{\eta(a^2 - R^2)}; \text{ where } \phi = \frac{s-1}{s} \dots\dots\dots (14)$$

h は液柱高さである。なお、蒸発や円管内の摩擦抵抗の影響は無視されている。十分狭い管を仮定すると $a^2 \gg R^2$ とお

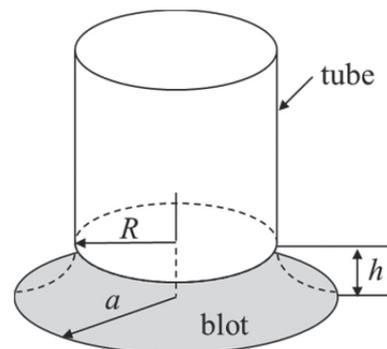


図14 円管から放出されるインクのシミの模式図

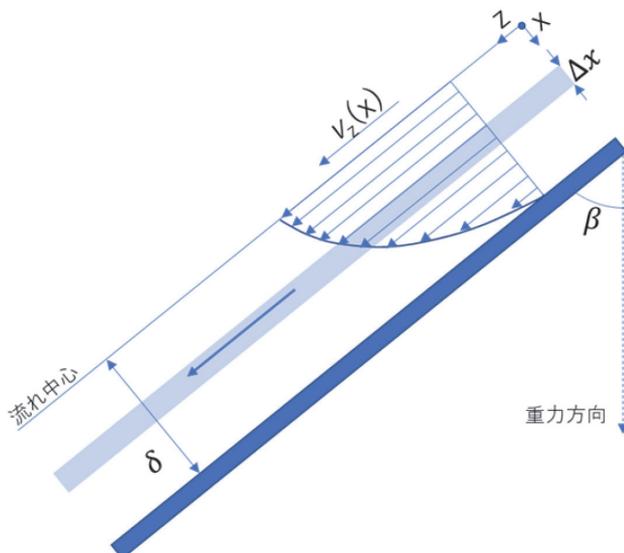


図13 傾斜平板上の層流の模式図 (Online version in color.)



図15 著者らの愛用する万年筆とインクの写真 (Online version in color.)

けるので、 U について積分して、

$$a \sim \left(\frac{\gamma h}{\eta} \right)^{1/2} t^{1/2} \dots\dots\dots (15)$$

が導かれる。よって、理論的にはシミの広がりには拡散のメカニズムで説明できるとともに、その駆動力は古典的に知られる粘性力と表面張力以外に、紙の表面粗さが因子となることが示された。具体的には、粗い表面 ($s > 1$, $\phi > 0$) ではシミが急速に広がり、滑らかな表面 ($s = 1$, $\phi = 0$) ではあまり広がらない。実際の紙では、シミの広がり、紙の不均一性によって接触線が固定されることと蒸発の両方によって制限される。筆記によりペン先の移動が生じるが、初期のシミの移動速度は筆記に対して十分に速い。言い換えると、移動源(ペンを握る私たちの手がペン先を動かす)運動の結果として残るシミの跡の形状やサイズが「書き込まれた筆跡」であり、擬2次元の拡散問題と捉えることができる。

5 おわりに

万年筆は同じモデルでも同じ書き味にならず、個体差が非常に大きいと言われる。ペン先が紙に引っかかることなく線を引き、スムーズに字を生み出す、良く馴染んだ万年筆を使って何時間でも字を書くことができる。一方で、ペン先が紙に引っかかったり、うまくインクが出ずにかすれたり、などうまく機能しないことも多々ある。その原因の多くは筆記者の癖である。著者の一人は刃を若干時計回りに捻って持つ癖があり、新品の万年筆にあまり馴染めないことも少なくない。癖を直して万年筆を持つのは中々難しいので、膨大な筆記量でペンポイントを徐々に摩耗させて自分の癖にペンを馴染ませたり、ペンメンテナンスサービスを利用して調整してもらったり、「ペンを育てる」ことが可能なのである。

さて、一度選択された万年筆は換えがきかない。書き味を決定づけるペン先の選択は大変重要と言われている。著者は金ペンを好んで使用しているが、その理由を明示するのは難しい。金は柔らかく (Young率約80 GPa)、鉄は硬い (約200 GPa) とよく言われるが、これは必ずしも正しくない。ペン先の厚みや長さなどの形状によって書き味は変化するからだ。もちろん全く同じ形状の場合、金のほうが柔らかいと感じられるが、ステンレスのフレックスニブも沢山存在する。では、インクへの耐酸性の違いはどうか? 近年一般に用いられる染料インクや顔料インクに対して、クラシックな没食子インクはpHが2以下と酸性であり、ペン先の腐食が懸念される。しかし、最近のステンレスペン先の改良によって、通常用途では特に問題にならないと感じている。では、インクとの濡れの影響はどうか。3.2節に示したように、金は鉄と比較してかなり良好な濡れ性を示す。最近の紙はインク

の裏抜けを防止するためにやや撥液性であるので、ペン先の濡れによる毛管流れ駆動促進の影響は十分に大きい可能性がある。

いずれにせよ、「ペン先材料の問題」は難しい。筆者の「好み」「気持ち」も無視できない。やはり、金は高級感があって良い、と思ってしまう。万年筆を選ぶ際はペン先の素材を気にして選ぶより、ペン全体のデザインや自身が感じる書き味で選ぶことが肝要かと思われる。

参考文献

- 1) A. Nikolov, S. Murad, D. Wasan and P. Wuo : J. Colloid Interface Sci., 578 (2020), 660.
- 2) 夏井俊悟 : ふえらむ, 26 (2021), 208.
- 3) 林幸, 助永壮平, 大野光一郎, 砂原公平, 齊藤敬高, 植田滋 : 鉄と鋼, 100 (2014), 211.
- 4) I. Fritz : Mater. Des., 219 (2022), 110739
- 5) J. Kim, M. Moon, K. Lee, L. Mahadevan and H. Kim : Phys. Rev. Lett., (2011), 264501.
- 6) 荻野和己 : 高温界面化学, アグネ技術センター, (2008). など
- 7) R. N. Wenzel : J. Phys. Colloid Chem., 53 (1949), 1466. <https://doi.org/10.1021/j150474a015>
- 8) A. B. D. Cassie : Discuss. Faraday Soc., 3 (1948), 11. <http://dx.doi.org/10.1039/df9480300011>
- 9) S. Sukenaga and H. Shibata : High-temperature Characterization of Glasses and Melts, Encyclopedia of Materials : Technical Ceramics and Glasses, Elsevier, 1 (2021), 689.
- 10) R. Roscoe : Br. J. Appl. Phys., 3 (1952), 267.
- 11) 助永壮平, 春木慎一郎, 山岡由宗, 齊藤敬高, 中島邦彦 : 鉄と鋼, 95 (2009), 807.
- 12) S. Haruki, S. Sukenaga, N. Saito and K. Nakashima : High Temp. Mater. Process., 30 (2011), 405.
- 13) H. Saigo, D. B., KC and N. Saito : Sci. Rep., 12 (2022), 6541.
- 14) N. Saito, D. Hara, S. Teruya and K. Nakashima : ISIJ Int., 60 (2020), 2807.
- 15) 余仲達, 向井楠宏, 川崎和彦, 古里功 : 日本セラミックス協会誌, 101 (1993), 533.
- 16) 白石裕, 阿座上竹四 編 : 融かして測る 高温物性の手作り実験室, アグネ技術センター, 東京, (2011).
- 17) Transport Phenomena 2nd ed., R. B. Bird, W. E. Stewart, E. N. Lightfoot, John Wiley & Sons, Inc, New York, (2002).

(2023年1月12日受付)